Heidelberger Texte zur Mathematikgeschichte

Die Entstehung unserer Ziffern

Eine Studie

von

Victor Goldschmidt

Heidelberg 1932

Digitale Ausgabe
Gabriele Dörflinger
Universitätsbibliothek Heidelberg
2010

Heidelberger Akten der Von-Portland-Stiftung ; 19

Victor Mordechai Goldschmidt (∗ 10. Februar 1853 in Mainz, † 8. Mai 1933 in Salzburg) lehrte von 1888 bis zu seinem Tod 1933 Mineralogie und Kristallographie an der Universität Heidelberg. Er war ein Kristallograph von Weltruf mit weitgespannten Interessen. Er suchte nach einem Harmoniegesetz der Natur in den Kristallen, aber auch in der Musik und der Farbenästhetik. Von seiner großen Reise 1894/95 brachte er zahlreiche völkerkundliche Objekte nach Heidelberg, die den Grundbestand des Heidelberger Völkerkundemuseums bildeten.

Literatur:

Neue Deutsche Biographie. - 6 (1964), S. 612
Dictionary of Scientific Biography. - 5 (1972), S. 455-456
Hesse, Erich: Victor Goldschmidt. // In: *Heidelberger Jahrbücher*. - 25 (1981), S. 43-56
Berdesinski, Waldemar: Victor Goldschmidt. // In: *Semper apertus*. - 2 (1985), S. 506-515
Marzolff, Renate: Leontine und Victor Goldschmidt. - Heidelberg, 2007
Engehausen, Frank: Die Josefine und Eduard von Portheim-Stiftung für Wissenschaft und Kunst 1919-1955. - Heidelberg [u.a.], 2008

HEIDELBERGER AKTEN DER VON PORTHEIM-STIFTUNG

19.

Die Entstehung unserer Ziffern

Eine Studie

von

Victor Goldschmidt

(Heidelberg)

Mit 3 Textfiguren

Heidelberg 1932

Carl Winters Universitätsbuchhandlung

Verlags-Nr. 2312.

Inhalt.

	Seite
Entstehung unserer Ziffern.	
Ziffern und Zahlzeichen .	5
Ziffern der kleinen Zahlen. Urziffern	5
Arabische Ziffern . . .	13
Ziffern und Handgeste. Handziffern . . .	14
Hieratische Ziffern . . .	15
Indische Ziffern . . .	24
Null und Stellenwert . .	26
Arabische oder indische Ziffern	30
Chinesische Ziffern . .	31
Strichziffern	35
Hieroglyphische Strichziffern	37
Keilschriftziffern . . .	39
Kerbholz-Strichziffern . .	41
Ziffern der altägyptischen Elle	41
Buchstabenziffern . . .	45
Hebräische Alphabetziffern .	46
Arabische Alphabetziffern .	46
Griechische Alphabetziffern .	47
Griechische Zahlwortziffern .	48
Römische Ziffern . . .	48
Schluß	50

Ziffern und Zahlzeichen.

Ziffer und Zahlzeichen ist nicht das selbe. Alle Ziffern sind Zahlzeichen, aber nicht alle Zahlzeichen sind Ziffern. Drei ausgesteckte Fahnen, drei Glockenschläge sind Zahlzeichen, aber keine Ziffern. Auch ein dreimaliger Händedruck kann ein Zahlzeichen sein. Die Uhr schlägt Zahlzeichen und zeigt Ziffern. Wir definieren:

Ziffer ist ein geschriebenes Zahlzeichen. Sie gehört zur Schrift und findet sich ihr beigemischt. Ziffern gehören zu den ältesten Schriftzeichen, wenn sie nicht sogar die ältesten sind. Jedenfalls sind sie innerhalb unserer heutigen Schrift die ältesten, seit Urzeiten unveränderten Schriftzeichen. Sie haben allen Wechsel von Schrift und Sprache überlebt und werden alle kommenden Formen von Schrift und Sprache überleben. Sie sind so kurz und einfach, daß selbst die *Stenographie* sie aufnimmt. Sie sind Urdokumente menschlichen Geistes, Aufschluß gebend über elementare Funktionen desselben.

Zur Ziffer gehört das **Zahlwort.** Das Zahlwort wechselt, die Ziffer bleibt. Wir sprechen „zwei“, „two“, „deux“ und schreiben 2.

Ziffern der kleinen Zahlen. Urzahlen. Urziffern.

Wir behandeln zunächst nur die kleinen Zahlen (bis zehn) und nennen sie **Urzahlen** und die entsprechenden Ziffern, wir nennen sie **Urziffern.** Sie sind die ursprünglichen und wenn man von Ziffern redet, sind meist (fast ausschließlich) diese gemeint. Unsere heutige Zahlenschreibung bedient sich *nur* dieser:

1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8 . 9 . 0.

Mit ihnen schreiben wir alle Zahlen.

Das war nicht immer so. Die *römischen* Ziffern haben Zeichen:

L = 50   C = 100   D = 500   M = 1000.

Die *chinesischen* Ziffern haben Zeichen:

百 = 100   千 = 1000.

Die *ägyptisch-hieratischen* Ziffern haben Zeichen:

 = 100    = 1000    = 10000.

Zahlzeichen gehen den Ziffern voraus. Wir haben Zahlzeichen für das *Auge* (optische), sie sind die wichtigsten. Es folgen Zahlzeichen für das Ohr (akustische), untergeordnet solche für den Tastsinn. Die optischen Zahlzeichen führen zu den Ziffern. Die Ziffern sind Abbildungen optischer Zahlzeichen.

Optische Zeichen (Zeichen für das Auge). Zeichen mit dem Körper nennen wir **Gesten.** An die Gesten knüpft sich die Entstehung der Ziffern.

Ziffern sind, nach Wesen und Entstehung, **Abbildungen von Gesten und zwar von Gesten der Hand.** Unsere Aufgabe ist, dies nachzuweisen.

Alle uns erhaltene Urziffern (für eins bis zehn) sind **Abbildungen von Handgesten,** nachträglich zum Teil modifiziert durch Eigentümlichkeiten der Schrift. Die millionenfache Anwendung im Laufe der Zeit, unter den wechselndsten Verhältnissen, modifiziert sie. Dabei zeigt sich die wunderbare Tatsache, daß die Ziffern, unter Abstreifung aller Zufälligkeiten, getreulich zu den Urformen zurückkehren.

Eine Ausnahme bilden die **Strichziffern** in den Hieroglyphen des alten Ägypten (S. 37) und in den Keilschriften von Babylonien und Assyrien, sowie die alphabetischen Ziffern der Hebräer, Griechen, Araber, Inder (S. 39). Strichziffern haben auch viele primitive Völker.

Zahlgesten. Die älteste Zahlgeste ist das Ausstrecken beider Arme in verschiedener Richtung, zur Mitteilung, daß zwei Dinge in verschiedener Richtung sind oder vorgehen. Ausstrecken eines Armes ist noch keine Zahlgeste. Denn Zahl ist die Vereinigung mehrerer Einheiten zu einer neuen größeren Einheit.

Beispiele. Ein Männlein und ein Weiblein bilden zusammen ein Paar. Drei Markstücke, in eins geschmolzen, bilden die größere Einheit, das Dreimarkstück, den Taler. Auf ihm steht das Zahlzeichen 3.

Die höhere Einheit (3) wird zur Zahl erst nachträglich durch den Gegensatz zu 1 und 2. Analog wird spät die Null (0) zur Zahl durch Wegnahme der 1 von 1. Ihr entspricht eine Geste, daß nichts mehr da ist, nachdem etwas da war oder angenommen wurde.

Zwei ist die älteste, durch lange Perioden **einzige** Zahl. Zu ihr gehört das Paar und der Dual. Nach langer Zeit folgte die **Drei.** Bei manchen (vielleicht bei allen) Völkern ist die **Vier,** das heißt **zwei Paare,** älter als die Drei. Ihre Geste sind zwei Arme und zwei Beine; später je zwei Finger mit beiden Händen. Es ist diese Vier nur eine wiederholte Zwei.

Anmerkung. Die Zwei hat die merkwürdige Eigenschaft, daß:

$$2 + 2 = 2 \times 2 = 2^2 = 4.$$

In der Vereinigung von Zwei und Zwei führen Addition, Multiplikation, Potenzierung zu der gleichen Zahl: Vier. Mit gerechtem Stolz setzte der alte Rechenmeister **Adam Riese** in sein Wappen:

$2 \times 2 = 4$

Fig. 1.

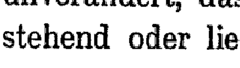
Die Zwei ist das Fundament aller Zahlen und aller Rechnungen.

Die Drei. Ein wesentlicher Schritt auf dem Weg zur Ziffer (und zwar der endgültige) war (für die Zahlgeste) die Ersetzung der Arme durch die **Hände** mit ihren **Fingern.** Ihr verdanken wir die Geste für Drei und für die Zahlen bis Zehn, die Urzahlen. Die Arme können über Zwei nicht hinaus. Bis zum heutigen Tag zählt man mit den Fingern bis Zehn. Unsere Urziffern sind Abbildungen dieser Geste.

Anmerkung. Der Name Zeigefinger deutet noch heute auf das Hinstrecken des Fingers statt des Armes (oder mit ihm) zur Angabe der Richtung und auf das dort erscheinende Objekt.

Die Ziffern 1.2.3.

Die Ziffern 1.2.3 bilden eine Gruppe für sich. Sie sind der Grundstock jedes Ziffernsystems. Erst mit dem Auftreten der 3 werden die Zahlzeichen zu Ziffern. Wir könnten 3 die älteste Ziffer nennen, wenn nicht mit ihr zugleich 1 und 2 zu Ziffern geworden wären. Die Ziffern 1.2.3 sind konservativ in der Form und zeigen, von der Zeit der hieratischen Schrift in Ägypten bis heute (durch etwa 6000 Jahre) unverändert, das Bild der Hand mit Daumen, Zeigefinger und Mittelfinger; stehend oder liegend. Wir finden:

	Ägyptisch-hieratisch		stehend
1 2 3	„	Nummern der Monatstage	1 stehend, 2.3 liegend
١ ٢ ٣	Ostarabisch		stehend
1 2 3	Westarabisch (Gobar)		liegend

一 二 三 China-Japan liegend

〡 〢 〣 China, Verkehrsziffern stehend

I II III Römisch stehend

1 2 3 Unsere Ziffern liegend.

Die mannigfachen Verschnörkelungen der Kursiven- und Zierschrift haben sich immer wieder verloren und man ist (zwangsmäßig), ohne es zu wollen, immer wieder zum einfachen Fingerbild zurückgekehrt.

Nach der 3 teilen sich die Wege. Aber immer haben wir bei den Ziffern das Bild einer Hand oder beider Hände mit ihren Fingern.

Die Ziffern für Vier bis Zehn.

Die Vier. Einfach mit einer Hand:

 Hieratisch Hand mit 4 Fingern stehend

 Hieroglypisch Hand ohne Daumen Ägypt. Elle liegend

 „ „ „ „

٤ Ostarabisch Hand mit 4 Fingern. Die mittleren zusammen liegend

四 China, Japan „ aufrecht oder von vorn geschlossen, mit eingeschlagenem Daumen.

Zusammengesetzt: Addiert:

+ Hieroglyphisch 2 × 2. Die beiden Zeigefinger gekreuzt gerade

X Altindisch (Kharoshti) „ „ „ „ „ schief

4 Unsere 4 „ „ „ „ „ } kursiv verbunden

 „ im Mittelalter „ „ „ „ „

 Altsyrisch 2 + 2. Daumen und Zeigefinger zweimal.

Subtrahiert:

IV Römisch 5 — 1, 1 links abgezählt

 Ostarabisch 5 — 1, 1 nach unten abgezählt

 Hieratisch, Monatszahl 5 — 1 „ „ „ .

Die Fünf. Meist **einfach** das Bild einer Hand.

 Hieroglyphisch Hand mit 5 ausgespreizten Fingern

 „ Hand mit Daumen auf ägyptischer Elle, liegend

	Hieratisch	Die offene Hand	stehend
	Ostarabisch	„	liegend
O	„	Zum Ring geschlossene Hand	von der Seite
五	China, Japan	„	„
V	Römisch	Hand von vorn. Daumen abgespreizt,	stehend
	Altsyrisch	„	liegend.

Selten **zusammengesetzt:**

IX	Kharoshti	$= 1 + 4$; mit beiden Händen nicht ausführbar Addition in Schrift	
	Hieratisch, Monatsnummer	$= 2 + 3$ mit beiden Händen	liegend.

Zwischen 5 und 10 geschieht das Fingerzählen mit beiden Händen, oder durch Weiterzählen mit der anderen Hand, wobei die erste mitverstanden oder angedeutet ist.

Die Zehn. Beide Hände aneinander, gekreuzt, neben- oder umeinander, oder, unter Weglassung der ersten, als die zweite Faust; endlich (selbständig) als die neue Einheit, die große 1.

∩	Hieroglyphisch	Beide Hände aneinander	stehend
	Hieratisch	„ „ „	„
X	Römisch	Beide Hände gekreuzt	schief
+	China, Japan	„ „ „	gerade
ʘ •	Arabisch	Beide Hände (Fäuste) umeinander. Vielleicht ist • das Zeichen der andern Hand, zum Unterschied von der ersten ʘ = 5 ausgefüllt	
	Hieratisch	Die neue Einheit. Die große 1.	

Die Sechs, Sieben, Acht, Neun sind mit der anderen Hand weitergezählt oder (8 . 9) von der Zehn zurückgezählt.

Die Sechs. Mit beiden Händen gezählt oder mit der anderen weitergezählt:

	Hieratisch, Monatsnummern	$= 3 + 3$	liegend oder stehend
	Altsyrisch	$= 5 + 1$	Addition links
VI	Römisch	$= 5 + 1$	Addition, Weiterzählen (rechts)

	China (Verkehrsziffer)	$= 5 + 1$; die 5 durch den Punkt angedeutet
٦	Ostarabisch (Altdeutsch)	$= 1 + 5$ mit der andern (rechten) Hand weitergezählt
6	Westarabisch (unsere 6)	$= 1 + 5$. Ebenso $= 5$ (O) $+ 1$ nach oben
//X	Altindisch (Kharoshti)	$= 2 + 4$.

Die Sieben. Mit beiden Händen gezählt, oder (mit der anderen) über 5 weitergezählt:

	Hieratisch, Monatsnummer	$= 3 + 4$ mit beiden Händen
	Syrisch	$= 5 + 2$ „ „ „ links zugezählt
VII	Römisch	$= 5 + 2$ „ „ „ rechts „
	China	$= 5 + 2$; die 5 der ersten Hand durch den Punkt angedeutet
七	China, Japan ist vermutlich	$= 5 + 2$, eine kursive Variante von 
7	Westarabisch. Unser Mittelalter	$= 2$ mit der anderen (rechten) Hand gezählt. Die erste Hand (links) weggelassen
	Hieratisch	wohl ebenso
7	Unsere 7	das gleiche Zeichen
V	Ostarabisch	$= 2$ nach oben zu der weggelassenen ersten Hand addiert.

Die Acht. Wird mit beiden Händen gezählt, oder mit der anderen Hand weitergezählt oder endlich von 10 zurückgezählt.

	Hieratisch	$= 4 + 4$ mit beiden Händen
	Syrisch	$= 6 + 2$ „ „ „ links zugezählt
VIII	Römisch	$= 5 + 3$ „ „ „ rechts „
	China, Verkehrsziffer	$= 5 + 3$; die 5 der ersten Hand durch den Punkt angedeutet
8	Westarabisch	$= 3$ mit der anderen (rechten) Hand. Die erste (linke) Hand weggelassen
8	Unsere 8	das gleiche Zeichen
	Hieratisch	vielleicht das gleiche; wahrscheinlicher $= 4 + 4$, wobei  die Hand ohne

		Daumen abbildet oder die  in  zusammengeflossen
IIX	Römisch	= 10 — 2; nach links abgezogen. Ein Gebilde der Schrift; mit zwei Händen zugleich nicht ausführbar. Ungewöhnlich
٨	Ostarabisch	= 10 — 2; zwei nach unten von der (nicht markierten) • = 10 abgezogen. Geste der zweiten Hand
八	China, Japan	wohl das gleiche Zeichen.

Die Neun. Mit beiden Händen zusammengezählt, oder (meist) von der 10 zurückgezählt:

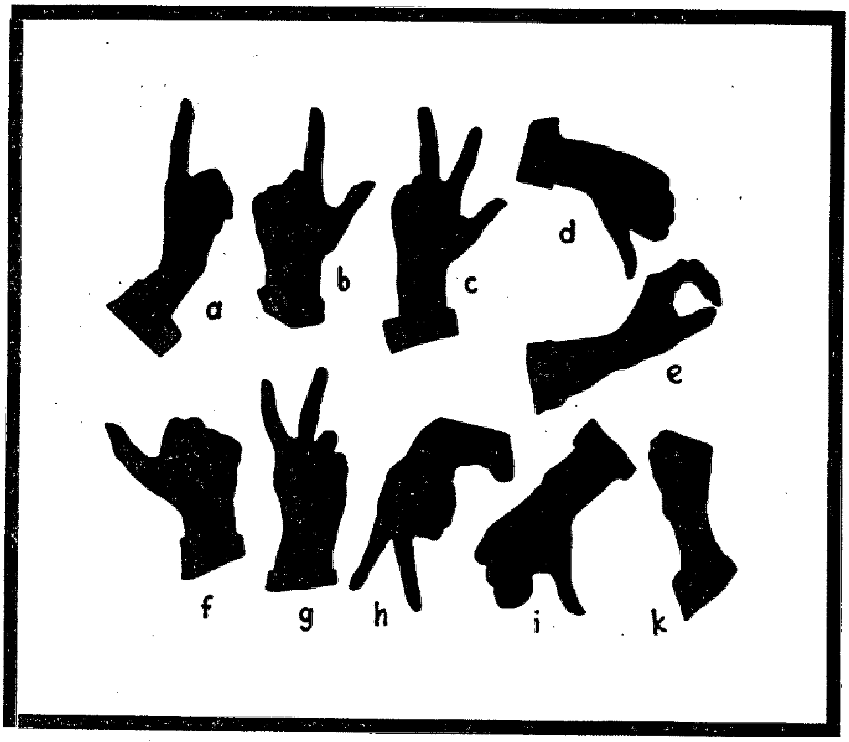
	Syrisch	= 7 + 2 mit beiden Händen oder schriftlich zusammengesetzt aus (links  und  addiert)
VIIII	Römisch	= 5 + 4 mit beiden Händen rechts addiert.
	China	= 5 + 4; die 5 durch den Punkt angedeutet. Die 4 = X darunter
IX	Römisch	= 10 — 1 von 10 zurückgezählt, mit zwei Händen nicht darstellbar. Produkt der Schrift
	Hieratisch	= 10 — 1 Daumen abwärts. Geste mit der zweiten Hand. 1 von der Zehn  abgezählt nach unten
٩	Arabisch	= 10 — 1 Daumen abwärts. Geste mit der zweiten Hand. 1 von der Zehn (•) nach unten abgezählt
9	Unsere 9	= 10 — 1, das gleiche Zeichen
九	Chinesisch	= 10 — 1, + = 10 mit 1 rechts abwärts.

١ ٢ ٣ ۴

1 2 3 4

linke Hand

rechte Hand



۵ ٥

5

٦ ٧ ٨ ٩ ٠

6 7 8 9 0

Fig. 2.

Unsere Figuren.

Zur Illustration der Handgesten, deren Abbildungen unsere Ziffern sind, mögen die Silhouetten (Fig. 2 u. 3) dienen, die ich vor nun 40 Jahren (1889) nach der Natur abgezeichnet habe.

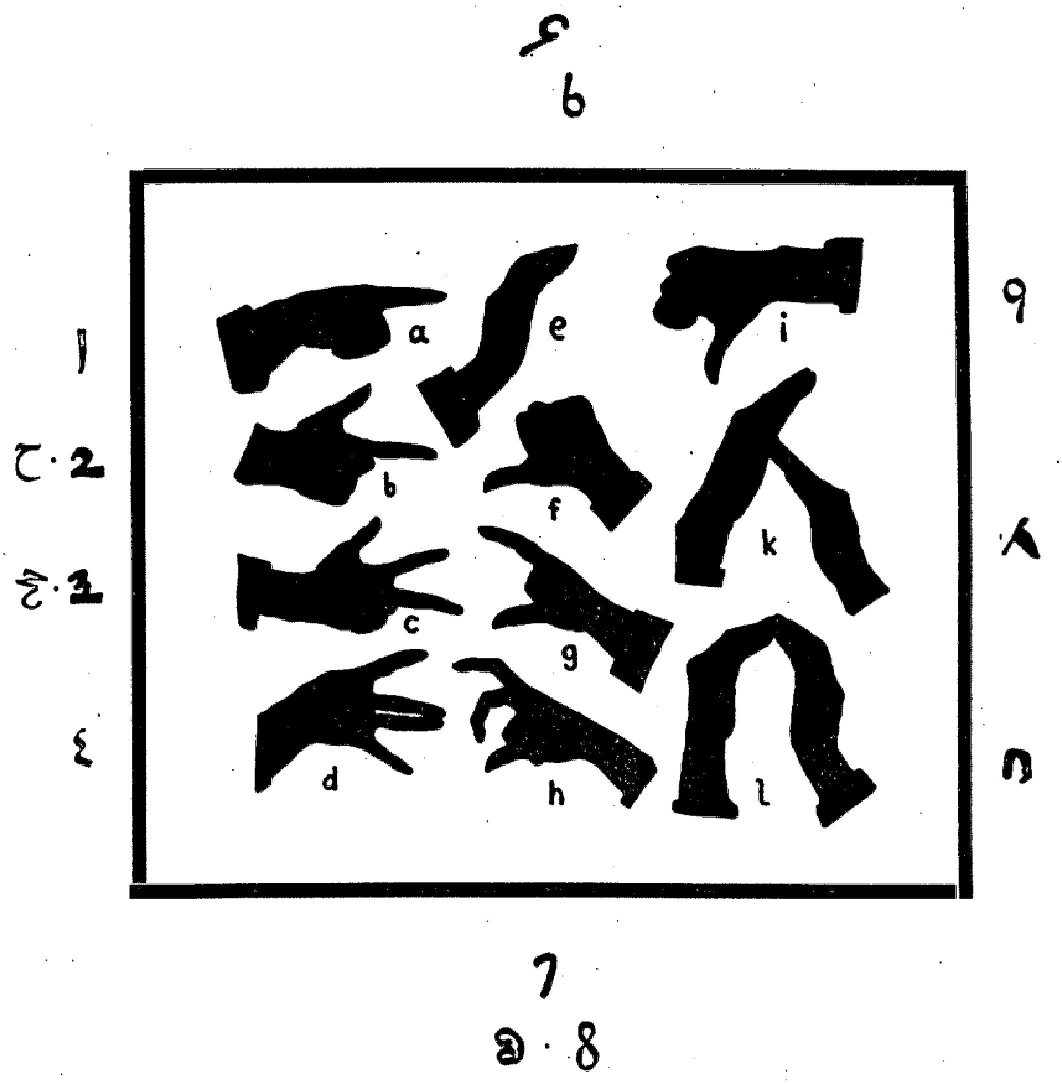


Fig. 3.

Die ostarabischen Ziffern.

Unsere heute üblichen Ziffern sind wesentlich die **arabischen.** Unter deren Varianten unterscheidet man zwei Typen: Ost- und West-Arabisch.

Deren gangbarsten Formen sind:

	١	٢	٣	۴ ٤	۵ ٥	٦	٧	٨	٩	٠
unser:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0.

Ziffer und Handgeste (Handziffern).

١ = 1; ٢ = 2; ٣ = 3 (Fig. 2 a, b, c) sind aus der Handgeste unmittelbar verständlich.

۴ = 4 ist 5 — 1. Der Strich (Daumen) abwärts zählt 1 ab (Fig. 2 d). Diesem Abzählen nach unten begegnen wir bei ٨ und ٩.

٤ = 4 die 4 Finger nebeneinander; die beiden mittleren (der Übersicht wegen) dichter beisammen (Fig. 3 d).

} Beide Formen finden sich im Ostarabischen.

(+ = 4) unsere 4 ist aus einer anderen Handgeste hervorgegangen. + = 2 gekreuzte Zeigefinger.

(X = 4) auch liegend ✕. Wie oben erwähnt, dürfte + = 2 × 2 = 2 + 2 älter sein als ۴ = 5 — 1. Aus + ist kursiv unsere 4 gebildet, aus ✕ das mittelalterliche ϙ. Beide Formen kommen im Ostarabischen nicht vor. Sie finden sich bei Sanskritziffern als ४.

٥ = 5 ist die geschlossene Hand (Fig. 2 e).
۵ = 5 ist die offene Hand (Fig. 3 e).
} Beide Formen finden sich im Ostarabischen.

٦ = 6 ist 5 + 1; ein Finger aufwärts zeigt 1 mit der rechten Hand nach oben weitergezählt (Fig. 2 f).

٧ = 7 ist 5 + 2; zwei Finger mit der rechten Hand nach oben weitergezählt (Fig. 3 g), analog VII.

٨ = 8 ist 10 — 2; zwei Finger abwärts, von zehn abgezählt (Fig. 3 h), analog IIX.

٩ = 9 ist 10 — 1; ein Finger abwärts, von zehn abgezählt (Fig. 3 i), analog IX.

٠ = 0 ursprünglich = zehn. Die geschlossene rechte Hand (Faust) (Fig. 2 k) oder auch beide Hände umeinander ⊙.

Wir nehmen an, daß ٠ ursprünglich Zehn bedeutete und erst später die Bedeutung Null annahm. Hierfür sprechen folgende Argumente:

a) Es fehlte sonst ein selbständiges Zeichen für Zehn, während ein solches für 9 vorhanden wäre. Es zeigt aber die Erfahrung (bei den anderen Völkern), daß Ziffer und Zahlgeste für neun stets jünger ist als die für zehn. Daß sich vielmehr die 9 aus der Zehn (durch Abzählen von 1) rückwärtsbildet. So haben wir römisch IX = 10 — 1; hieratisch = zehn () — 1 (abwärts).

Es wäre unverständlich, daß man mit Zahlgesten (Fingern), Zahlworten und Zahlzeichen bei 9 aufhörte.

b) Es wäre sonst die arabische Ziffer 9 = 10 — 1 (1 abwärts) unverständlich. Wir kommen auf die Zehn und Null weiter unten zurück.

Die westarabischen (Gobar-)Ziffern.

unser 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Aus ihnen sind unsere Ziffern hervorgegangen, die wir die arabischen nennen. Nur die 4 ist bei uns aus + abgeleitet.

Die 2 . 3 sind liegend, wie die Handgeste Fig. 3 b c. Bei ist gegen oben und unten vertauscht, ebenso bei gegen . Die Hand entsprechend gedreht.

= 5 ist das Bild der offenen Hand (Fig. 2 e). Daraus ist unsere 5 geworden

= 4 ist = 5 — 1; verständlich aus der Hand mit dem Daumen (subtrahierend) abwärts (Fig. 2 d)

= 6 ist 5 + 1. Die weiterzählende rechte Hand mit dem Daumen (addierend) aufwärts (Fig. 3 f)

= 7 ist 5 + 2. Die 2 Finger der weiterzählenden rechten Hand seitwärts (Fig. 3 g)

= 8 ist 5 + 3. Die 3 Finger der weiterzählenden rechten Hand seitwärts (Fig. 3 h)

= 9 ist 10 — 1. Der Daumen nach unten von = zehn subtrahierend (Fig. 3 i)

= 10 wie im Ostarabischen (siehe oben) (Fig. 2 k).

Das Auftreten der 3 Formen für 4 nebeneinander ist sehr merkwürdig.

= 5 — 1 = vier Finger + = 2 × 2.

Es zeigt, daß keine der 3 Formen je verschwunden war. Jetzt hat sich wohl definitiv = + durchgesetzt. Gerade die primitivste Form.

Hieratische Ziffern.[1]

Die hieratischen Ziffern für 1—10 sind in der Tat Ziffern in unserem Sinn, **kursive Bilder der Handgesten**, und zwar dürften sie als die **ältesten** uns überlieferten anzusehen sein. **Aus ihnen sind die arabischen Ziffern hervorgegangen und die unsrigen.**

[1] Vgl. S. Levi, Recolta dei Signi ieratici egizi. Torino 1880. Taf. 48—51.

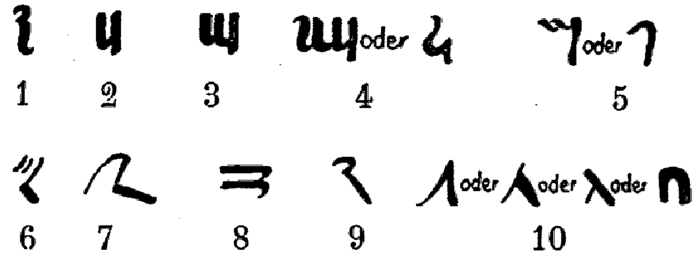
Von hieratischen Ziffern finden sich 2 Arten:

a) Ziffern für die Rechnung (Rechnungsziffern).

b) Ziffern für die Tage des Monats (Monatsziffern).

Die Form der hieratischen Ziffern hat manche Varianten. Im folgenden wurde je eine typische Form (oder einige) unter diesen ausgewählt.

Hieratische Rechnungsziffern:



Es springt sofort die Ähnlichkeit mit den arabischen Ziffern ins Auge und wir erkennen, wie dort, die Handgeste. Es ist:

= 1 der Zeigefinger aufrecht (Fig. 2a)

= 2 Daumen und Zeigefinger aufrecht (Fig. 2b)

= 3 3 Finger aufrecht (Fig. 2c)

= 4 4 Finger aufrecht. Daneben wohl zu deuten als 5 — 1. Hand mit 1 Finger (Daumen) abwärts, der abzählt (Fig. 2d), entsprechend dem arabischen = 4.

Daß die hieroglyphischen Ziffern zu den arabischen spiegelbildlich sind, z.B. gegen , ist kein wesentlicher Unterschied. Es entspricht einer Umdrehung der Hand oder einer Vertauschung der Rechten mit der Linken.

= 5 ist die Hand aufrecht (Fig. 3e), spiegelbildlich entsprechend dem arabischen

= 6 ist mir nicht verständlich. Ob etwa die oberen Striche die Hand vorstellen, der untere Querstrich den Daumen = 5 + 1 (Fig. 3f spiegelbildlich)?

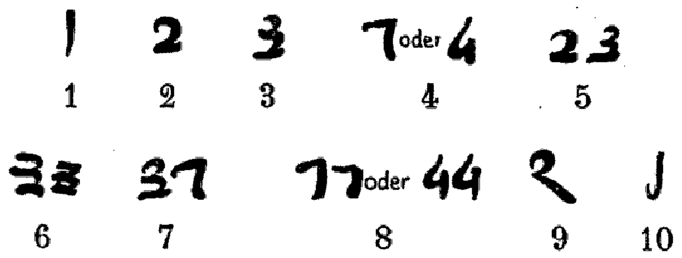
= 7 ist = 2 der anderen Hand = 5 + 2 (Fig. 3g); liegend, gleich dem westarabischen , unserer 7

= 8 ist = 3 der anderen Hand = 5 + 3 (Fig. 3h); liegend, gleich dem westarabischen , unserer 8

= 9 ist = zehn ( ) — 1, der Daumen abwärts, subtrahierend (Fig. 2i; Fig. 3i); gleich dem arabischen , unserer 9

ist das Bild beider Hände zusammen (Fig. 3kl), gleich dem hieroglyphischen .

Die hieratischen Monatsziffern. Wir finden die Formen:



 ist der stehende Zeigefinger (Fig. 2 a).

 Daumen und Zeigefinger liegend (Fig. 3 b), unserer 2 gleich.

 Daumen und 2 Finger liegend (Fig. 3 c), unserer 3 gleich.

 wohl die Hand mit dem Daumen abwärts (Fig. 2 d), entsprechend dem arabischen .

 = 2 + 3 ein Werk der Schrift wie das hieroglyphische, nicht etwa das Bild einer Geste mit beiden Händen.

 = 3 + 3 ebenfalls ein Werk der Schrift wie das hieroglyphische.

 = 3 + 4 ein Werk der Schrift wie das hieroglyphische.

 = 4 + 4 wie das hieroglyphische.

 = 10 — 1 (Fig. 2i) wie die arabische 9, unsere 9.

 = 10 eine große 1, die neue Einheit, etwa wie ein Arm.

Wir sehen: Die Monatsziffern für die kleinen Zahlen haben selbständige Ziffern nur für 1 . 2 . 3 . 4 . 9 . 10. Es fehlt die Ziffer für 5 (das ist sehr bemerkenswert). Die 10 ist nichts anderes als eine große 1. Die 9 dürfte aus den Rechnungsziffern herübergenommen sein. Denn sie setzt die  voraus, die bei den Monatsziffern fehlt. Die Monatsziffern haben einen **archaischeren** Charakter als die Rechnungsziffern. Der archaische Charakter erklärt sich wohl aus der Verwendung im Kalender, der eine Sache der konservativen Priester und Gelehrten war. Sie hielten am Alten fest, während die profanen Rechnungsziffern (bei den Kaufleuten) sich weiter entwickelten. Wir finden in den hieratischen Monatsziffern die 1 und die liegenden 2 und 3 genau so, wie im Westarabischen und in unseren Ziffern. Sie sind unter den Ziffern die ältesten, der Grundstock des ganzen Ziffernsystems. Sie haben sich durch alle Stürme der Zeit wohl 6000 Jahre lang erhalten, während alles rundum sich änderte. Das ist sehr merkwürdig.

Hieratische Ziffern für höhere Zahlen.

Die Zehn der Handgeste wird zur neuen Einheit. Die Anzahl der neuen Einheiten (Zehner) wird nun wieder, wie die der ursprünglichen Einheiten, an den Fingern abgezählt und entsprechend (als Ziffer) abgebildet. Man nennt die neue Einheit mit Namen und gibt deren Anzahl mit Zahlwort oder Fingern an oder schreibt (entsprechend) das Bild der Handgeste, verbunden mit dem Zeichen der neuen Einheit.

Man sagt: Zwei Zehner und schreibt hieratisch = 2 mal (Zehner). Analog haben wir:

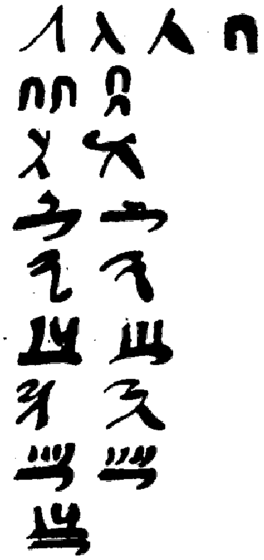
In Worten:	Zwei zig	Drei zig	Vier zig
In Ziffern:	2 0	3 0	4 0
Arabisch:	٢٠	٣٠	٤٠ = 4mal ٠ (zehn),

wobei, wie oben gesagt ٠ = zehn ist. Es ist ein Rechnen mit benannten Zahlen.

Wir finden, hieratisch, Zahlzeichen für die höheren Einheiten: Zehn, Hundert, Tausend, Zehntausend, Hunderttausend. Unter ihnen manche Varianten. Die Zeichen für die höheren Einheiten sind nicht Bilder von Handgesten. Ihre Vielfachen, die Zehner, Hunderter, werden mit den Urzahlen ausgezählt. Deren Bild, die Urziffer (1—9), verschmilzt mit dem Zeichen der neuen Einheit zu einem Ganzen.

Wir finden: = 2mal zehn (); = 3mal zwanzig ().
Für die großen Zahlen, wenn sie präzis sein sollen, erst recht für die zusammengesetzten Zahlen, reicht die Handgeste nicht aus. Dafür ist der Schreiber nötig.

Die hieratischen Zehner.



Zehn:	(Fig. 3kl)	
Zwanzig:	= 10 + 10 neben = 2 × 10	
Dreißig:	wohl 3 × 10; die 3 nicht klar; die deutlich.	
Vierzig:	wohl 2 × 20	(vgl. 60 . 80)
Fünfzig:	5 × 10	
Sechzig:	3 × 20	(vgl. 40 . 80)
Siebzig:	7 × 10	
Achtzig:	4 × 20	(vgl. 40 . 60)
Neunzig:	3 × 30	

Anmerkung. Wir können hier die **Entstehung der Multiplikation** aus der Zählung (Fingerzählung) schön verfolgen. Eines der Grundprobleme der Mathematik. Wir sehen:

∩ = ʌ = zehn. Die neue Einheit.

∩∩ = ʌʌ = Die Einheit ʌ = zehn, 2mal an den Fingern abgezählt.

Die Einheit = zwanzig, 3mal an den Fingern abgezählt.

Jede Zahl ist ein Ganzes, eine höhere Einheit (Gruppe), zusammengefaßt aus mehreren Einheiten. So ist 3 ein Ganzes, eine Gruppe, bestehend aus drei Einheiten. = zwanzig ist eine Zahl, ein Ganzes, aus 2 Zehnern zusammengefaßt.

Multiplikation ist Abzählen und Zusammenfassen höherer Einheiten zu einer noch höheren.

Beispiel. $2 \times 3 =$ sechs. Zwei Dreier machen einen Sechser.

= zwanzig. Zwei Zehner machen einen Zwanziger.

Wie in den Ziffern haben wir den Vorgang der Zusammenfassung zur höheren Einheit beim Geld:

3 Markstücke, in eine neue Einheit verschmolzen, machen den Taler.

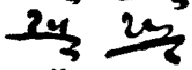
Die hieratischen Hunderter. Wir finden:

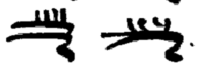
Hundert: die große Eins
Zweihundert: $2 \times$ hundert
Dreihundert: $3 \times$ hundert
Vierhundert: $4 \times$ hundert
Fünfhundert: $(3 + 2) \times$ hundert
Sechshundert: $3 \times$ zweihundert
Siebenhundert: $7 \times$ hundert
Achthundert: $4 \times$ zweihundert
Neunhundert: $9 \times$ hundert, nicht deutlich, wohl mal.

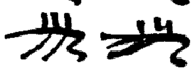
Die hieratischen Tausender. Wir finden:

Tausend: kursive Form von
Zweitausend: $2 \times$ tausend
Dreitausend: $3 \times$ tausend
Viertausend: $4 \times$ tausend
Fünftausend: $2 \times$ tausend $+ 3 \times$ tausend

Sechstausend:  3 × zweitausend

Siebentausend:  (5 + 2) tausend

Achttausend:  4 × zweitausend

Neuntausend:  3 × dreitausend.

Die hieratischen Zehntausender. Wir finden:

Zehntausend:  Große Eins. Arm mit Hand

Zwanzigtausend:  Zehntausend + zehntausend

Sechzigtausend:  Zehntausend × 6 (darunter)

Achtzigtausend:  Zehntausend × 8 („)

Neunzigtausend:  Zehntausend × 9 („).

Die hieratischen Hunderttausende:

Hunderttausend:  Kaulquappe. Ungeheuer viel, daß es nur wimmelt

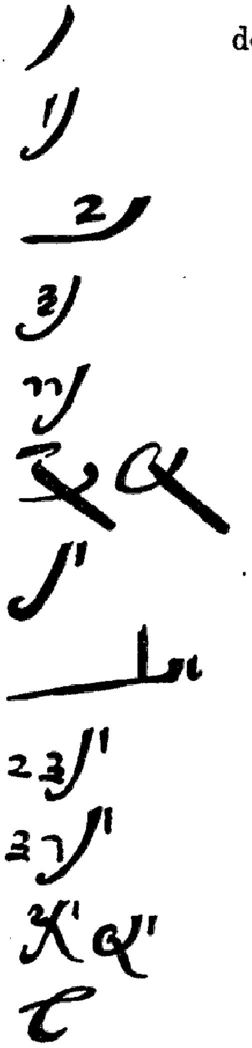
Dreihunderttausend:  Hunderttausend × 3 (darunter).

Überall sehen wir eine kursive Verknüpfung des Zeichens der großen Einheit mit den Ziffern 2—9. Die Verknüpfung bedeutet jedesmal Multiplikation, z. B.  = 2 × tausend = zweitausend.

Zusammengesetzte Zahlen.

Zusammengesetzte Zahlen seien solche höherer und niederer Stufe vereinigt. Die Bildung der Vielfachen der höheren Einheiten geschieht durch Multiplikation, die der zusammengesetzten Zahlen durch Addition.

Sehr deutlich zeigen diese Bildungen die **hieratischen Zahlen der Monatstage,** diese wundervoll klaren archaischen Gebilde. Wir finden da:



der 10te Tag

„ 11te „ zehn + 1, links addiert

„ 12te „ zehn + 2, „ „

„ 13te „ zehn + 3, „ „

„ 18te „ zehn + (4 + 4), Addition links

„ 19te „ zehn + 9, Addition links

„ 20ste „ 2 × zehn

„ 21ste „ 2 × zehn (Multiplikation rechts) + 1, Addition links

„ 25ste „ 2 × zehn (Multiplikation rechts) + (2 + 3), Addition links

„ 27ste „ 2 × zehn (Multiplikation rechts) + (3 + 4), Addition links

„ 29ste „ 2 × zehn (Multiplikation rechts) + 9, Addition links

„ 30ste „ Neue Einheit, der letzte Tag des Monats. Damit schließt (leider) die Reihe der Zahlzeichen für die Monatstage ab; der Monat hat nur 30 Tage. Es sind nicht viele, aber sie sind in ihrer Klarheit ein mustergültiges Denkmal.

Nicht nur die Formziffern, auch der **Duktus ihrer Schreibung** erinnert an die arabische Schrift. Wie vor Jahrtausenden das Hieratische mit dem Kalamus, dem zur Feder gespitzten Rohr, schreibt man noch heute das Arabische. Wie die Pyramiden in ihrer grandiosen Einfachheit, überdauern die hieratischen Ziffern

alle Geschehnisse der Welt. Generationen und Völker kommen und gehen; sie bleiben.

Zusammengesetzte hieratische Rechnungszahlen.
Addition.

Wir kopieren zwei Beispiele aus Simeone Levi, Racolta dei segni ieratici egizi 1880, Taf. 52.

Neben den Ziffern findet sich (hieratisch) ein **Zeichen der Addition,** nämlich:

entsprechend unserem Summa.

Beispiel 1.

Wir haben, von rechts nach links gelesen:

 =(3×zweihundert)+(2×zehn) +5 = 625

 =(3×zweihundert)+(3×zehn) = 630

 =(3+2) × hundert+(2×zehn) +5 = 525

 =Sa. Tausend+(7×hundert)+(4×zwanzig)=Sa.1780.

Wir sehen: Die Addition der zusammengesetzten Zahlen geschieht von oben nach unten. Die unterste Zahl gibt die Summe, angezeigt durch das Summenzeichen .

Beispiel 2.

Wir haben, von rechts nach links gelesen:

 =(3+2)×hundert+(7×zehn) +5 = 575

 =(3+2)×hundert+(2×zehn) +5 = 525

 =Sa. Tausend +hundert =Sa.1100.

Die Addition innerhalb der zusammengesetzten Zahl geschieht (wie bei den Zahlen der Monatstage) von rechts nach links, mit der größten Zahl beginnend. Die Multiplikation hier von oben nach unten, z. B.:

 (3 + 2) oben × hundert (unten)

 2 oben × zehn (unten).

Bei den Zahlen der Monatstage geschah die Multiplikation rechts (nicht wie hier, oben).

Bei unseren Ziffern entfallen die höheren Einheiten durch den Stellenwert (in Verbindung mit der Null). Im übrigen geschieht die Addition bei uns ebenso von oben nach unten, das Gleichstufige übereinander. Das haben wir von den alten Hieratikern gelernt.

Zusammenfassung.

Wie wir sehen, sind die Ziffern der zusammengesetzten hieratischen Zahlen (von rechts nach links absteigend) nach Zehnerstufen geordnet (bei uns von links nach rechts absteigend), so daß erst die Tausender kommen, dann die Hunderter, dann die Zehner, endlich die Einer. Zum Zweck der Addition stehen die Zahlen gleicher Stufe untereinander, die Hunderter unter den Hundertern usw., so daß man, wie bei uns, Gleichstufiges addiert. Das ist eine **Vorstufe zum Stellenwert.**

Unser Ziffernsystem ist fast erreicht. Auf jeder Stufe erscheinen die **Urziffern** 1—9, die Bilder der Handgeste, jeweils mit einem Zeichen der Stufe:

 für die Zehner (manchmal  für Doppelzehner)

 für die Hunderter

 für die Tausender.

Während bei den arabischen Ziffern die Stufenzeichen ٣٢٧٨ über den 9 Urziffern stehen, stehen im Hieratischen die Stufenzeichen meist darunter. Das ist kein wesentlicher Unterschied. Es hätten schon im Hieratischen die Stufenzeichen entfallen können und wir hätten dann bereits in Ägypten unser Ziffernsystem gehabt. Aber diesen letzten Schritt zu tun, war den Arabern, resp. den Trägern der arabischen Schrift, vorbehalten. Begünstigt durch die Eigenart der arabischen Schrift, die gewohnt war, die diakritischen Punkte wegzulassen, wo sie entbehrlich waren und wo die Ziffer für zehn die Gestalt des geschlossenen Kreises, des Punktes (♦), erhalten hatte.

Die ganze Vorarbeit bis zu diesem Punkt war im **Hieratischen** geleistet. Es kann sein (ist in sich wahrscheinlich), daß der letzte Schritt sich auf ägyptischem Boden, etwa in **Alexandrien,** vollzogen hat, dem damaligen Mittelpunkt griechisch-arabisch-hebräisch-hieratischer Wissenschaft, von wo sie sich nach Westen und Osten, Norden und Süden ausbreitete.

Wir übersehen jetzt den ganzen stetigen Verlauf der Entwicklung, wie er sich Schritt für Schritt und notwendig vollzog, von der Zeit der frühesten Pharaonen bis auf unsere Tage.

Indische Ziffern.

Wir finden bei den Indern Strichziffern, Handziffern und Buchstabenziffern.

Indische Strichziffern.[1])

Es sind die ältesten bekannten indischen Ziffern.[2]) Wir finden sie mit der Kharosthi-Schrift (350 v. Chr. bis 200 n. Chr.). Sie stammen aus dem alten Gandhara zwischen Afghanistan und dem Pandschab. Wir finden:

	I	II	III	.	IIIII
unser:	1	2	3	.	5 .

Auffallenderweise sind die Striche der 5 nicht in Gruppen geteilt.

Indische Handziffern.

Die ältesten fanden sich bei den **Kharosthi**-Inschriften, nämlich:

Die **Urziffern**:	I	II	III	X
unser:	1	2	3	$4 = 2 \times 2$.

Daraus zusammengesetzt:

	IX	IIX	..	XX
unser:	$5 = 1 + 4$	$6 = 2 + 4$		$8 = 4 + 4$.

Wie bei den hieratischen Monatsziffern fehlt ein selbständiges Zeichen für 5, während ein solches für 10 vorhanden ist. Das ist sehr merkwürdig. Wir finden:

Die **Zehner**:	ɲ	ɜ	Die **Hunderter**:	ʎI	ʎII
	10	$20 = 10 + 10$.		1×100	2×100.

Die 2 Zehner ɲ von 20 sind aneinandergehängt und so addiert. Die Hunderter ʎ sind mit den Fingern I · II ausgezählt und so multipliziert.

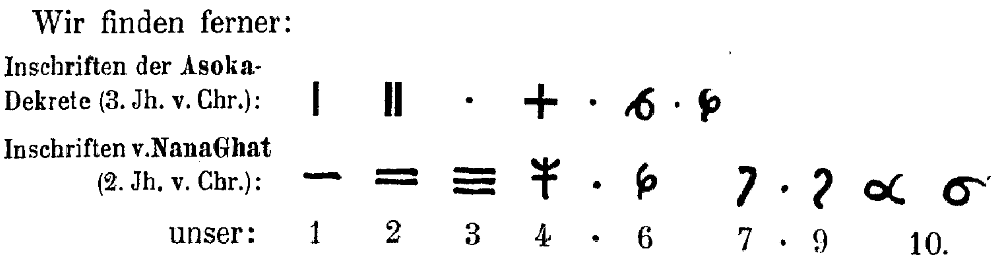
Die ɲ = 10 erinnert an das hieratische ∩ = 10. ʎ = 100 erinnert an das hieratische ʎ = 10. Es wäre danach eine höhere Zehn, eine Zehn von Zehnern. Diese Ziffern gehören zu den primitivsten unter den Handziffern. Ob wohl die Ähnlichkeit von ɲ mit ∩ und von ʎ mit ʎ auf eine Bekanntschaft der Kharosthi-Leute (indirekt) mit hieratischen Ziffern hinweist?

---

[1]) Über Strichziffern siehe S. 35.

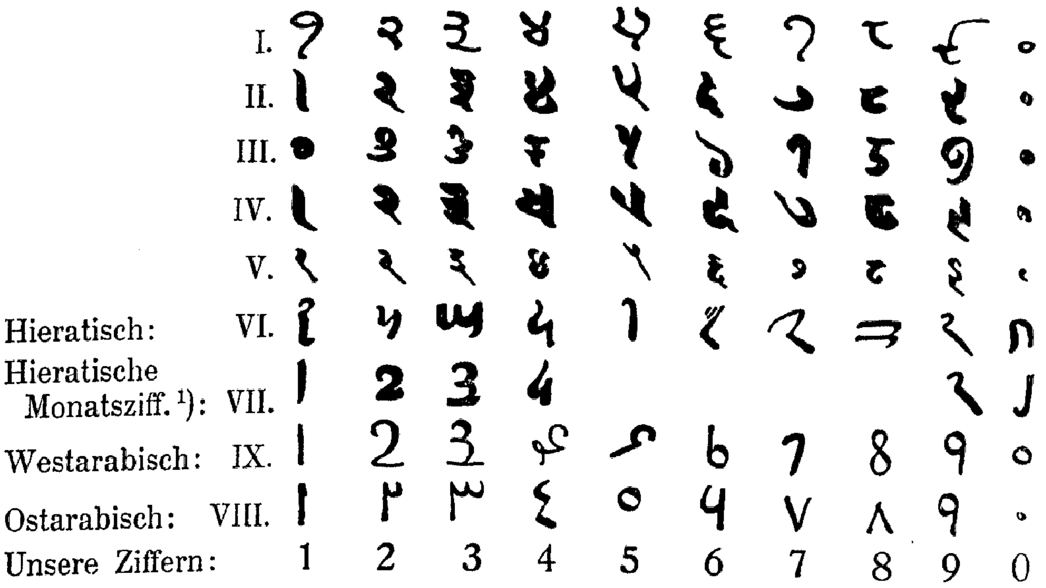
[2]) Vgl. G. Bühler, Indische Paläographie, Straßburg 1896. — S. R. Das, The Origin and Development of numerals. Indian Histor. Quarterly 1927, 3, 97 u. 356.

Wir finden ferner:



Auffallend ist die Übereinstimmung von 7 . 9 mit den hieratischen Ziffern (S. 15), von 6 . 7 . 9 mit den westarabischen Ziffern (S. 13). und das späthieroglyphische $= 2 \times 2$ ist unsere 4. . $= 10$ ist die geschlossene Hand .

Die **späteren indischen Ziffern** zeigen viele Varianten. Einige, nach den Originalen kopiert, mögen hier wiedergegeben werden:



1 . 2 . 3 zeigen volle Gleichheit mit dem Westarabischen. In Reihe III hat das $= 1$ den Fuß verloren und ist zu geworden.

4. zeigt kursiv in verwandelt mit Varianten bis zur Unkenntlichkeit;
ferner variiert in entsprechend dem der Asoka-Inschrift, dem von Nana Ghat, unser .

5. ist gleich dem westarabischen mit Varianten, oft umgedreht. Die offene Hand.

6. ist schwer verständlich. und ist doch wohl der Finger

1) Bei den hieratischen Monatsziffern fehlen selbständige Ziffern für 5 . 6 . 7 . 8; vgl. S. 16.

der zweiten Hand nach oben, wie die westarabische 6 und das ϸ von Nana Ghat.

7. ist gleich dem westarabischen 7.

8. τ = 8 ist dem ɔ = 7 seitlich gegenübergestellt, wie das ostarabische ٨ dem ٧.

9. ϙ ist das ost- und westarabische ٩. ꞇ = 9 ist fast genau gleich dem westarabischen ꞇ = 4. Das ist sehr merkwürdig, aber nicht unverständlich. Beide zeigen die Abzählung mit dem Daumen nach unten. Das eine von der ersten Hand 4 = 5 — 1, das andere von der zweiten Hand 9 = 10 — 1.

0. findet sich offen (○) und geschlossen (•). Es gleicht dem ∝ und σ von Nana Ghat, die 10 bedeuten.

Zusammenfassung.

Aus obiger Zusammenstellung geht übersichtlich und eindeutig folgendes hervor:

1. Unsere Ziffern (1—0) sind **Handziffern.** Abbildungen von Handgesten.

2. Sie haben ihren Ursprung in **Ägypten.**

3. Sie sind, ebenso wie die indischen und arabischen Ziffern, Varianten der **hieratischen Ziffern,** denen sie noch heute gleichen.

4. Die **Ausbreitung** geschah vom Niltal aus östlich über Vorderindien bis zum bengalischen Meerbusen, westlich über Nordafrika bis Spanien, nördlich über Byzanz.

5. Aus der Mannigfaltigkeit der kursiven Varianten verdichteten sich die indischen, wie die ost- und westarabischen Ziffern, die das Abendland von den arabischen Gelehrten hat. Infolge dieser Herkunft werden sie bei uns **arabische Ziffern** genannt.

6. Von **Westeuropa,** dem Abendland, aus haben die arabischen Ziffern die **Welt erobert.** Sie verdrängen allmählich die letzten noch vorhandenen Reste anderer Ziffernsysteme.

7. Den Siegeszug durch die Welt besiegelte die **Null** mit dem **Stellenwert der Ziffern.**

Null und Stellenwert.

Versuch einer Erklärung.

Die ursprüngliche Form unserer heutigen Null war • und die Bedeutung: • = zehn. (Siehe oben S. 14.) Später hat • die Bedeutung „Null" angenommen. Das hing damit zusammen, daß für größere Zahlen • = zehn die neue größere Einheit wurde. Ebenso wie ägyptisch ∩, römisch X. Vielleicht ist ٠ = 0 als Variante von ∩ anzusehen.

Zwei dieser größeren Einheiten waren ٢٠ = 2 Zehner = zwanzig; drei derselben waren ٣٠ = 3 Zehner = dreißig. Analog schrieb man dann ١٠ statt ٠ = zehn. Das war angezeigt wegen der Kleinheit des Zeichens ٠, das leicht übersehen werden konnte. So schrieb man:

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ٠

und weiter:

$$\begin{array}{ll} \text{١٠} & = 1 \times 10 = \text{zehn} \\ \text{٢٠} & = 2 \times 10 = \text{zwanzig} \\ \text{٣٠} & = 3 \times 10 = \text{dreißig.} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{١٠٠} & = 1 \times 10 \times 10 = \text{hundert} \\ \text{٢٠٠} & = 2 \times 10 \times 10 = \text{zweihundert} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{١٠٠٠} & = 1 \times 10 \times 10 \times 10 = \text{tausend} \\ \text{٢٠٠٠} & = 2 \times 10 \times 10 \times 10 = \text{zweitausend.} \end{array}$$

٠٠ hätte für 100 genügt, ٠٠٠ für 1000. Man setzte dafür ١٠٠, ١٠٠٠ zur größeren Sicherheit und wegen Analogie mit ٢٠٠, ٣٠٠ resp. ٢٠٠٠, ٣٠٠٠. Beachtenswert ist hier unser Sprachgebrauch beim Zählen:

eins	zwei	drei . . .	neun	zehn
zehn	zwanzig	dreißig . . .	.	hundert
einhundert	zweihundert	dreihundert	. .	tausend
eintausend	zweitausend	dreitausend	. .	

Je größer die Einheit, desto nötiger ist es, die Anzahl dieser hohen Einheiten zu präzisieren.

Bei **zusammengesetzten Zahlen** schrieb man übereinander, mit der größten beginnend:

$$\left.\begin{array}{rr} \text{٢٠٠٠} = & 2000 \\ \text{٣٠٠} = & 300 \\ \text{٦٠} = & 60 \\ \text{٧} = & 7 \end{array}\right\} = 2367$$

oder, um die Zahl in die Schriftzeile zu bringen:

٢٣٦٧ oder ٢٣٦٧ oder ٢٣٦٧ = 2367.

Diese Form der Ziffernschrift[1]) bildet den Übergang zur Zahlenschrift mit Stellenwert. Schließlich entfielen die Punkte, als zum Verständnis nicht nötig, wie ja für den Kenner der arabischen Sprache und Schrift die diakritischen Punkte, als unnötig, entfallen. Es blieb:

٢٣٦٧ = 2367

ganz im Geiste der arabischen Schrift.

Fehlt eine der Reihen, z. B.:

٢٠٠٠ = 2000
٣٠٠ = 300
٧ = 7

so rückt, beim Ablesen von oben nach unten (an der linken Front), desgleichen bei der Addition, bei der ausgefallenen Reihe die Null (٠) ein. Wir erhalten:

٢٣٠٧

In dieser Form, als Punkt (٠), ist noch heute die **Null** in der arabischen Schrift (auch im Druck) üblich. Bei uns hat Null die Form (0) angenommen. Das war möglich, da für 5 an Stelle von ٥ (der zum Ring geschlossenen Hand) = 5 (die offene Hand) getreten war.

Nach dieser Auffassung erscheint die Einführung der Null mit dem Stellenwert der Ziffern **nicht** als eine durch Nachdenken gewonnene **Erfindung** eines **genialen Mathematikers**, sie ergab sich vielmehr als eine **im Gebrauch bewährte vereinfachte Schreibweise.**

Im Gegensatz hierzu lesen wir[2]):

„Es liegt ihr (der Null) der Gedanke zugrunde, dem Nichts einen Wert zu geben und durch das Nichtsein erst die Vollendung des Etwas zu bewirken."

Dieser philosophischen Auffassung dürfte der historische Vorgang nicht entsprechen.

Ein glücklicher Zufall hat vielmehr der Ziffer für Zehn die einfache Gestalt vom gefüllten Kreis oder Punkt (٠) gegeben, für die Handgeste der Doppelfaust oder der Faust der rechten Hand. Gerade durch die Eigentümlichkeit der arabischen Schrift mit ihren diakritischen Punkten sind die Zehnerpunkte über den Ziffern in die Reihe der diakritischen Punkte getreten. Sie wurden (wie diese) weggelassen, wo sie zum Verständnis nicht nötig waren, und blieben stehen (am Ende und in der Mitte) da, wo sie zum Verständnis nicht fehlen durften.

---

1) AL. V. HUMBOLDT: Crelle Journ. 1829, 4, 224.

2) STERNER, Geschichte der Rechenkunst 1891, 69.

Der **Stellenwert** der Ziffern war bereits durch die Form ٢٣٦٧ gegeben und er blieb erhalten, da wo (bei Wegfallen der Punkte) durch Ablesen der linken Front an eine leere Stelle der Punkt (•) einrückte.

Der Eigenart der herrlichen arabischen Schrift ist dieses schöne Resultat zu danken. Wegen ihrer Schrift sind arabisch schreibende Rechner die Begründer dieser kostbaren Zahlenschrift geworden, die die Welt erobert hat und mit Recht die **arabische** genannt wird.

Anmerkung 1.

Die Ziffern

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ =	1	2	3	4	5	6	7	8	9
١̣ ٢̣ ٣̣ ٤̣ ٥̣ ٦̣ ٧̣ ٨̣ ٩̣ =	10	20	30	40	50	60	70	80	90
١̤ ٢̤ ٣̤ ٤̤ ٥̤ ٦̤ ٧̤ ٨̤ ٩̤ =	100	200	300	400	500	600	700	800	900

und ١ = 1000

mitten im arabischen Text gibt Ruska (Sitzb. Heidelb. Ak. 1917 (1916) 42) nach Fihrist S. 18/19. Die Stelle möge hier abgedruckt werden:

وذكر هذا الرجل المقدّم ذكره انّهم فى الاكثر يكتبون بالتسعة الاحرف على هذا المثال ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩
فاذا بلغ الى ط اعاد الحرف الاوّل ونقّطه تحته على هذا المثال ١̣ ٢̣ ٣̣ ٤̣ ٥̣ ٦̣ ٧̣ ٨̣ ٩̣[1] فيكون ى ك ل م ن
س ع ف ص يزاد عشرة عشرة فاذا بلغ الى صاد يكتب على هذا المثال وينقط تحت كل حرف نقطتين هكذا
١̤ ٢̤ ٣̤ ٤̤ ٥̤ ٦̤ ٧̤ ٨̤ ٩̤ فيكون ق ر ش ط ث خ ذ (ض) ظ[1] فاذا بلغ ظ كتب الحرف الاوّل من الاصل وهو
هذا آ (lies ا) ونقط تحته ثلث نقط هكذا (ergänze ا) فيكون قد اتى على جميع حروف المعجم ويكتب ما شاء *

In ihr erscheinen die Punkte (Nullen) **unter** den Ziffern, wie die diakritischen Punkte, die wegfallen, wo sie zum Verständnis entbehrlich sind.

Anmerkung 2. Einen **Vorläufer** der Ziffern mit Stellenwert finden wir in der hieratischen Addition (S. 22). Doch sind die Einheiten absteigend von rechts nach links geordnet und jeweils die Tausender, Hunderter, Zehner, Einer übereinandergestellt. Vertikal Gleiches zu Gleichem addiert. Hätten im Hieratischen schon 1000 . 100 . 10 die Gestalt •••, ••, • gehabt, so wären diese Rangzeichen (Punkte) vielleicht dort bereits weggefallen.

Anmerkung 3. Analogon. Einer Schreibung von Ziffern mit **nicht dezimalem**, aber durch die Reihenfolge verständlichem **Stellenwert** finden wir heute bei der Geldrechnung und können dabei das **Verschwinden** des **Rangzeichens** verfolgen, wo es, als selbstverständlich, entbehrt werden kann.

Beispiel: Man schreibt in England:

3 Pounds 7 Shillings 6 pence = 3 £ 7 ſ 6 d = £ 3 . 7 . 6 = 3 . 7 . 6

und spricht:

Three Pounds, Seven and Six, oder Three, Seven, Six.

Wir sehen, der Stellenwert setzt nicht notwendig das Dezimalsystem voraus.

---

[1]) Die im Ms. stellenweise fehlenden Punkte und die Ziffer 8 bzw. ض der zweiten Reihe sind sinngemäß ergänzt.

Anmerkung 4. Die Null in China. In China finden wir die Null (in der Form •) zwischen den Kursivziffern spät. Sie dürfte von Indien her eingeführt sein. Mit der Null erhalten auch dort die Ziffern den Stellenwert.

Arabische oder indische Ziffern.

Es besteht die **Kontroverse:** Soll man unsere Ziffern (im Gegensatz zu den römischen) arabische oder indische nennen?

Für die Bezeichnung **arabisch** sprechen folgende Argumente:

1. Unsere Ziffern haben wir **von den Arabern erhalten,** nicht von den Indern.

2. Unsere Ziffern haben (wenig modifiziert) **die von den Arabern übernommene Form,** auch für die Null.

3. Wie oben (S. 26) gezeigt, sind in der **Eigenart der arabischen Schrift** die Bedingungen gegeben, unter denen die Umdeutung von ♦ = 10 in ♦ = Null sich vollzog, also bei einem Volk, das sich der arabischen Schrift bediente.

4. Wie die Übersicht (S. 25) zeigt, haben sich die **hieratischen Ziffern** von Ägypten aus über **Asien** bis Kalkutta ausgebreitet und in diesem großen Gebiet tausend Varianten getrieben, von denen wir eine Anzahl kennen. **Eine** dieser Varianten haben wir übernommen und zwar die in Verbindung mit der arabischen Schrift stehende Variante.

5. Von **Ägypten** (Alexandrien) aus, wo griechische, hebräische und arabische Gelehrsamkeit (nicht indische) sich vereinigten, um die klassische Philosophie, Mathematik, Astronomie und Medizin auszubauen, sind mit der **arabischen Wissenschrift** (über Italien und Spanien) die arabischen Ziffern zu uns gekommen.

6. Dem **Ursprung nach** sollten unsere Ziffern weder indische, noch arabische heißen, sondern **ägyptische.**

Doch liegt zwischen den ägyptischen (hieratischen) Ziffern das ganze Heer von Varianten, von denen **eine** (die **arabische**) vom Abendland **übernommen** und **festgehalten** wurde. In Indien treiben noch heute die Varianten ihr Spiel.

Für die **Bezeichnung indisch** spricht nur der Umstand:

7. Daß einige Varianten in der **indischen Literatur** (vielleicht?) früher angetroffen werden als in der arabisch schreibenden. Das Argument, das übrigens historisch nicht feststeht[1]) und möglicherweise durch neue

[1]) Wir lesen (S. R. Das, The Origin and Development of Numerals. Indian hist. Quarterly 1927, Bd. 3):

S. 356: „**Die ältesten arabischen Dokumente mit Ziffern** sind zwei Manuskripte von 874 und 888 n. Chr."

Funde geändert werden kann[1]), müßte, selbst wenn es sich bestätigte, gegen die Argumente 1—6 zurückstehen.

Wir schließen, auf Grund obiger Argumente:

Die Bezeichnung arabische Ziffern ist festzuhalten.

Damit stimmen **Sprachgebrauch** und **Tradition.**

Die chinesischen Ziffern.

Von den übrigen Ziffernsystemen sind die interessantesten die **chinesischen,** wegen ihres hohen Alters und der Eigenart ihrer Bildung. **Japan** hat die chinesischen Ziffern übernommen.

Die chinesischen Urziffern
(für eins bis zehn).

Es finden sich in China und Japan manche Varianten, doch lassen sie sich alle, wie die ägyptischen und die arabischen Ziffern, auf **Bilder von Handgesten** zurückführen. Wir schreiben 3 Varianten nebeneinander:

一 ˎ 〡 = 1		Der Zeigefinger, liegend (Fig. 3 a) oder aufrecht (Fig. 2 a)
二 : 〢 = 2		Zwei Finger, liegend (Fig. 3 b) oder stehend (Fig. 2 b)
三 ⁝ 〣 = 3		Drei Finger, liegend (Fig. 3 c) oder stehend (Fig. 2 c)
四 9 〤 = 4		四 Vier Finger, stehend oder von oben her eingeschlagen, wie dies die Chinesen beim Fingerzählen tun. 9 ist eine kursive Variante von 四; 〤 zwei gekreuzte Finger = 2 × 2, wie unsere 4, die kursive Form von ✚
五 ㄆ 〥 = 5		Ein Bild der Hand (Fig. 2 c und 3 e) 五 versteift aus der ursprünglich runden Form, wie die

S. 362: „Der **indische** Gebrauch von Punkten unter den Ziffern zur Bezeichnung der Zehner, Hunderter, Tausender wird zuerst 987 n. Chr. erwähnt."

S. 119: „Das älteste sichere Vorkommen der **Null** in **Indien** ist eine Inschrift von **Gwalior** (876 n. Chr.). Erst 1150 finden wir Spuren eines vollkommenen Ziffernsystems mit Stellenwert und Null."

[1]) Über das **Alter der arabischen Schrift** lesen wir (RUSKA, Sitzb. Heidelb. Akad. 1917, Abh. 2. 37): „Authentische Urkunden und Schriftdenkmäler, die bis in die erste Zeit des Islam zurückreichen, enthüllen die überraschende Tatsache, daß die arabische Schrift schon damals eine Form besaß, die von der gewöhnlichen, später **Neskhi** genannten Schrift kaum verschieden ist, desto mehr aber von der eckig steifen **kufischen** Schrift, die man für die Mutter der Kursivschrift gehalten hatte."

chinesische Schrift überhaupt aus der runden Form eckig geworden ist. 卪 𠫓 sind kursiv für 五.

六 ㇄ 丄 = 6 六 ist ursprünglich 亠, wie es sich auch findet. 丄 ist noch deutlicher 丨 (die Hand) und — (der Finger der anderen Hand). ㇄ ist eine kursive Form von 六.

七 㐅 丄 = 7 七 ist ursprünglich 亠, wie es sich auch findet. 丄 ist noch deutlicher = 5 + 2, die Hand (丨) und zwei Finger der anderen Hand (=). 㐅 ist eine kursive Form von 七.

八 ·· ⊥ = 8 八 zeigt, wie das arabische ٨, zwei Finger (abzählend) abwärts von der in beiden Fällen mitverstandenen Zehn. (Fig. 2 h) ·· ist davon eine kursive vereinfachte Form. ⊥ = 5 + 3, die Hand (丨) und drei Finger der anderen Hand (≡). Wir haben hier die Bildungsweisen von 8 = 10 — 2 = 5 + 3 nebeneinander; wie im Römischen IIX und VIII.

九 九 ⊥ = 9 九 ist 十 = zehn, davon ein Finger (㇄) abwärts. ⊥ = 5 + 4, die Hand (丨 = 5), darunter die vier (x). Wieder beide Bildungen: 9 = 10 — 1 = 5 + 4 nebeneinander. Entsprechend dem Römischen IX neben VIIII.

十 十 十(卜) = 10 十 die gekreuzten Hände wie das römische X. Die Form 卜 gleicht dem hieratischen ∧ (Fig. 3 k).

o Die Null ist wohl über Indien oder gar von Europa nach China importiert. Es ist die arabische ◆, unsere 0. Sie wird bei chinesischen Zahlen selten angetroffen.

Wir sehen hier, bei den chinesisch-japanischen Zahlzeichen wie bei ägyptischen und den arabischen, die Bildung der Urziffern (eins bis zehn) deutlich als kursive **Abbildung von Handgesten.**

Chinesische Ziffern über zehn.

Höhere Einheiten. Die Zehner.

Mit zehn hört auch hier (wie überall) die Handgeste auf. Die Zehn 十, die höchste der durch die Handgeste dargestellten Ziffern (Urziffern), wird zur neuen höheren Einheit. Die neuen Einheiten (Zehner) werden an den Fingern abgezählt und entsprechend (mit den Urziffern) geschrieben. Wir finden:

十 十 十 = 10 die neue höhere Einheit.

廿 廿 廿 = 20 十 + 十 kursiv verbunden.

卅 卅 卅 = 30 十 + 十 + 十 kursiv verbunden.

四十 ㄨ十 = 40 四 über 十 = vier mal zehn. das gleiche kursiv. ㄨ neben 十 = vier mal zehn.

九十 九十 九ㄨ十 = 90 九十 und 九十 neun über zehn oder 九ㄨ十 neun neben zehn.

Die Hunderter.

百 = 100 百 ein Begriffszeichen, wie die übrigen chinesischen Schriftzeichen. das gleiche kursiv.

二百 = 200 二 = 2 über 百 oder .

三百 = 300 三 = 3 über 百 oder .

八百 = 800 八 = 8 über 百 oder .

Die Tausender.

千 / = 1000 千 die große Zehn oder / die große Eins.

Zusammengesetzte chinesische Zahlen.

Wir finden die zusammengesetzten chinesischen Zahlen entweder **übereinander** von oben nach unten, mit der größten Einheit beginnend.

Beispiel:	三	3	= 339
	百	100	
	卅	30	
	九	9	

oder **nebeneinander** von links nach rechts mit der größten Einheit beginnend.

Beispiel: 八百 九十 八百 = 800; 九十 = 90. Zusammen = 890.

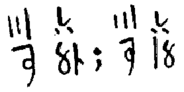
Dabei finden wir (wohl von Indien oder Europa übernommen) Stellenwert unter Weglassung höherer Einheitszeichen, z. B. 111 = 666, **oder endlich (kalligraphisch) zum Quadrat geordnet.** Eine der Schönheiten der chinesischen Schrift ist eine gefällige Anordnung der Schriftzeichen zum Quadrat. Diese Kalligraphie findet sich auch bei den Bildern zusammengesetzter Zahlen:

Beispiel:   $\left.\begin{matrix}6\\100\end{matrix}\right\}=600$  $\left.\begin{matrix}6\\10\end{matrix}\right\}=6$ $1=6$ zusammen 666.

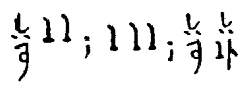
Wir finden hier (kalligraphisch), der schönen Ordnung zum Quadrat wegen, die beiden Formen von 6: und 1 nebeneinander. Dabei 1 links von gestellt, aus dem gleichen Grund.

Das sind kalligraphische Rücksichten, wie wir sie bei der arabischen Schrift ebenso wie bei der chinesischen Schrift reichlich finden, die unsere Schrift (leider) nicht kennt. Neben der Klarheit sollte die Schönheit niemals vergessen werden.

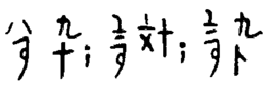
Einige **Beispiele** mögen folgen:

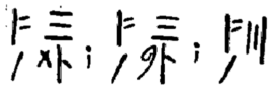
 $=365$ 3 über hundert; daneben (rechts) (sechzig); unten links oder rechts (fünf). Die Zahlengruppe ist, wie es die chinesische Kalligraphie fordert, hübsch zum Quadrat geordnet.

Die Zählung beginnt links mit der größten Zahl.

 $=666$ (sechshundert) daneben 1 und 1 (sechs und sechs) mit Stellenwert; 111 (sechs, sechs, sechs) mit Stellenwert oder (sechs über hundert) (sechs über zehn = sechzig) mit 1 (sechs links unten).

Wir haben hier Stellenwert und Rangzeichen (hundert) und (zehn) nebeneinander. Die letzte Form (ohne Stellenwert) füllt ein Quadrat und dürfte als die schönste gelten.

 $=890$ (acht über hundert) (neun über zehn) oder (acht über hundert) (neun) neben (zehn) oder endlich: (acht über hundert) (neun über zehn) von links nach rechts gelesen. Die letzte Form bildet ein Quadrat und dürfte deshalb für die schönste gelten.

 = 1234 ⊧ (tausendzweihundert) ≡⊦ (dreißig) mit X (vier) oder 9 (vier) links unten; oder ⊧ (tausendzweihundert), danach |||× (drei, vier), mit Stellenwert in unserem Sinn, von links nach rechts fallend. Die beiden ersten Gruppen dürften als die schöneren gelten, weil sie ein Quadrat bilden.

Wir begegnen hier Gruppen ohne Stellenwert und mit Stellenwert. In letztere fügt sich, wie bei uns, die Null (●). Wir finden hier den Übergang zu unserer einfachen Form mit den 9 Urziffern, nebst der Null mit Stellenwert. Welche Schreibweise verwendet wird, hängt ab von der Gewohnheit des Schreibers, sowie von der Art der Verwendung; ob Schönheit oder Einfachheit wichtiger erscheint.

Zusammenfassung.

Der Bildungsgang ist bei den chinesischen Ziffern der gleiche wie bei den ägyptischen. Die Urziffern (für eins bis zehn) sind kursive Bilder der Handgesten, die Zehner, Hunderter, Tausender haben besondere Zeichen (+ 7 /) unter den multiplizierenden (sie zählenden) Urziffern. Die Folge ist von links nach rechts und von oben nach unten, mit dem höchsten Wert anfangend. Bei der Anordnung wird die Schönheit der Gruppe beachtet. Wir beobachten ferner den Übergang zur Ordnung nach Stellenwert, wohl von Indien oder Europa übernommen.

Strichziffern.

Strichziffer nennen wir eine **Gruppe von Strichen zur Einheit** (Zahl) **zusammengefaßt.** Sie sind wohl von den Ziffern die ältesten. Man macht, seit der Urzeit, Striche mit Farbe auf Holz, Stein, Leder, schneidet sie ins Kerbholz, gräbt sie in Stein. Man gebraucht sie heute noch, besonders da, wo Einheiten gesammelt werden. Für jede neu zutretende Einheit macht man einen Strich und faßt die Striche zu Gruppen zusammen durch größeren Abstand, oder indem man den letzten Strich der Gruppe querlegt.

Man schreibt: ||| ||| || und zählt: drei . sechs . acht
oder: ~~||||~~ ~~||||~~ || „ fünf . zehn . zwölf.

||| ist eine Ziffer, ebenso || und ~~||||~~. Man addiert $3 + 3 + 2 = 8$; $5 + 5 + 2 = 12$.

Die älteste Gruppe ging bis II, dann bis III oder IIII, heute bis 𝍸. Weiter geht sie nicht und wird sie nicht gehen. Höher versagt die Anschauung. Mehrere Gruppen, bis 3, bilden eine höhere Einheit.

Hieroglyphisch: $\substack{|||\\||}$ = 3 + 2 zur höheren Einheit 5 zusammengefaßt.

bei uns: 𝍸 II = 5 + 2 „ 7 „

So kreidet der Wirt die getrunkenen Seidel auf den Tisch oder an die Tafel. So tat man es im alten Ägypten und im Schwarzen Walfisch zu Askalon.

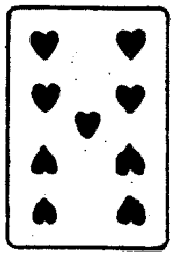
Zahlzeichen (Ziffern) der Spielkarten.

An die Stelle der Striche können andere Zeichen treten, z. B. Kreuze oder Sterne

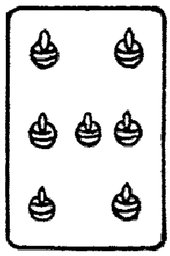
* ** ***

auf den Kognakflaschen. Bei den **Spielkarten** finden wir:

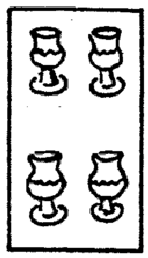
Cœur, Careau, Treff, Pik auf den französischen Spielkarten;
oder Herz, Schellen, Eichel, Schippen auf den deutschen;
Coppe, Denari, Bastoni, Spade auf den italienischen.



Cœur 9



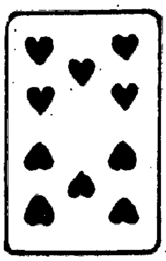
Schellen 7



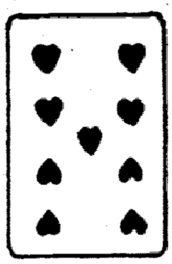
Coppe 4

Wir nennen auch diese Strichziffern. Die Zeichen der Einheit (Striche) mögen beliebige Form haben. Im 15. und 16. Jahrhundert finden sich für die Einheit auf den Spielkarten Vögel, Fische, Affen.

Bei den Spielkarten geht die Erfassung der Gruppe über 5 hinaus bis 10. (Soweit gehen die Urziffern.) Aber höchstens 3 Gruppen mit 4 Einheiten zusammengefaßt, z. B.:



$4 + 4 + 2 = 10$



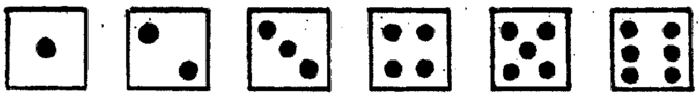
$4 + 4 + 1 = 9.$

Hier sind wir an der Grenze der Anschauung und da diese bei 7 zu versagen beginnt, druckt man auf solche Karten gern dazu die Ziffer 7 . 8 . 9 . 10.

Bei den **Tarokkarten** geht die Zählung bis 21. Aber über 10 entfallen die Strichziffern und werden durch arabische oder römische Ziffern ersetzt.

Würfel und Dominosteine.

Wir finden da Punkte statt der Striche. Wir haben bei den **Würfeln:**

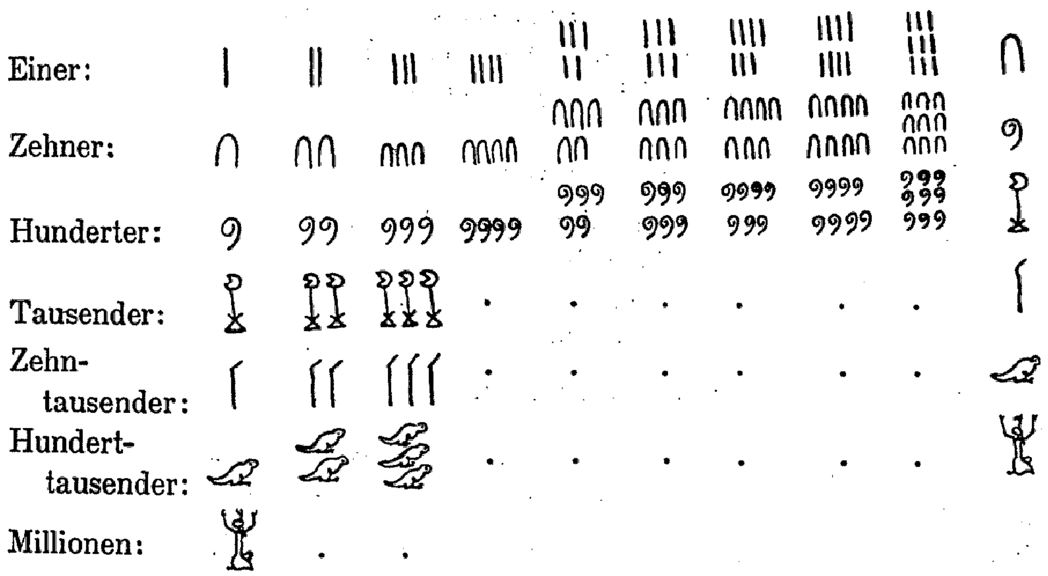


Die Ordnung der Punkte, im Quadrat zur Gruppe (Ziffer) geordnet, nach den Gesetzen der Anschaulichkeit.

Wir rechnen die Punktziffern zu den Strichziffern, da es auf die Form des Striches (der Marke) nicht ankommt.

Hieroglyphische Strichziffern.

Die hieroglyphischen Ziffern sind **Strichziffern** im Gegensatz zu den hieratischen, die Bilder der Handgesten sind. Letztere können wir **Handziffern** nennen. Unsere arabischen Ziffern sind Handziffern. Wir finden die folgenden hieroglyphischen Ziffern:



Zehn Striche bilden eine neue Einheit mit neuem Namen und neuem Bild. Zehn Zehner eine Hundert, zehn Hunderter eine Tausend. Die Bilder der höheren Einheiten werden (als eigenartig gestaltete Striche) wie die Striche der Ureinheit gruppiert. Die Gruppen werden dadurch zu anschaulichen Ziffern.

Die Zeichen für die höheren Einheiten sind nicht Bilder von Handgesten.

 = 1000 ist wohl das Bild einer Pflanze, die in sehr vielen Exemplaren nebeneinander vorkommt, z. B. ein Feld mit Ähren. Es bedeutete: „sehr viel“, bevor es sich zu 1000 verdichtete.

 = 10000 ist wohl das Bild eines Armes(?), eine große Eins.

 = 100000 wird als Bild einer Kaulquappe gedeutet, von denen es unübersehbar wimmelt.

 = 1000000 ist ein Bild des Erstaunens über die ungeheure Menge.

Auch unser Wort **Tausend** ist ursprünglich ein Ausdruck für eine unübersehbar hohe Zahl. Wir sprechen von Tausendfüßler als einem Tier mit unzählbar vielen Füßen.

Im Volkslied heißt es:

Küsset dir ein Lüftelein
Wangen oder Hände,
Denke, daß es Seufzer sein,
Die ich zu dir sende.
Tausend send ich täglich aus,
Die dir wehen um dein Haus,
Weil ich dein gedenke.

Und man singt in dem Lied von Förster:

An eines Bächleins Rande,
Gar lieblich anzusehn,
Da stand im grünen Walde
Ein Blümlein tausendschön.

Man sagt ja auch: wunderschön.

Wichtig ist für uns die **Anordnung der Striche zur Gruppe.** Sie folgt den Gesetzen der Anschaulichkeit. Die hieroglyphischen Ziffern sind uns hierfür ein kostbares Dokument aus uralter Zeit.

Gruppierung der Zahlstriche. Wir finden hierüber eine wertvolle Zusammenstellung bei K. Sethe[1]) (1916):

---

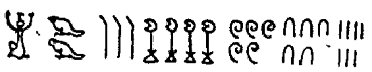
[1]) K. Sethe, Von Zahlen und Zahlworten bei den alten Ägyptern. Straßburg, Trübner 1916, 5.

Ziffer	nebeneinander	übereinander	neben- und übereinander
2	II	I (nur in  20) I	
3	III	II fast nur in  30 I bisweilen in  300	
4	IIII	II (seltener) II	
5	III II	III II	
6	III III	III III	
7	IIII III	IIII III	
8	IIII IIII	IIII IIII	
9	III III III	III III III	III III III

Die Gruppierung entspricht den **Gesetzen der Anschaulichkeit.** Sie faßt 2 . 3 . 4 Einheiten zusammen II . III . IIII und vereinigt 2, höchstens 3 solcher Einheiten zu höheren Ganzen 6 . 7 . 8 . 9. Die Gruppierung übereinander ist für 6 . 7 . 8 . 9 übersichtlicher als die nebeneinander, weil sie die Gruppen schärfer trennt.

Wir nehmen an, daß die hieroglyphischen Ziffern älter sind als die hieratischen. Ist das so, so sind in Ägypten (und wohl überall) die Strichziffern älter als die Handziffern.

Die zusammengesetzten hieroglyphischen Zahlen ordnen (addierend), von links nach rechts absteigend[1]), z. B.:

 = 1234557.

Keilschriftziffern.

Die Keilschrift hat **Strichziffern** mit den Einheiten:

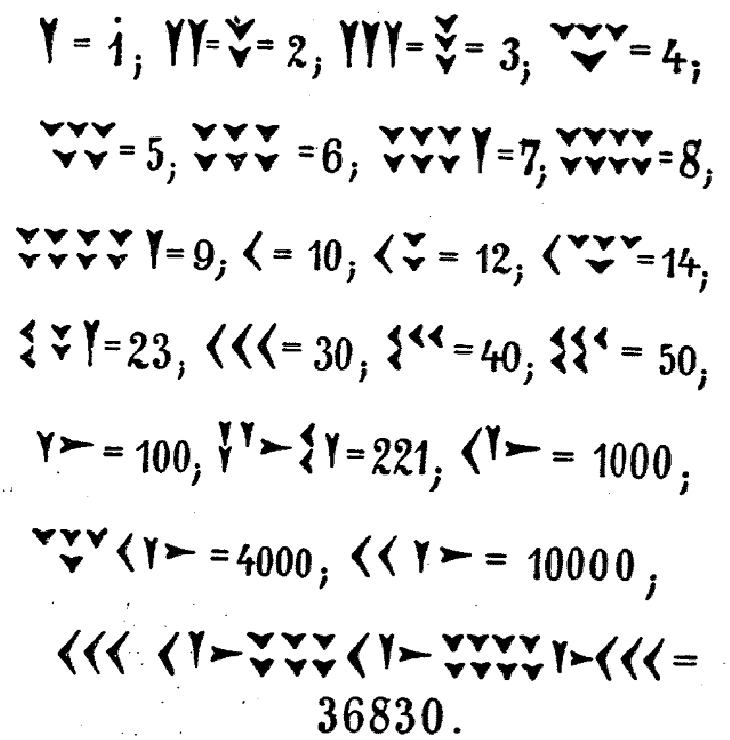
1 10 100

[1]) Ebenda S. 7.

Die höheren Einheiten gebildet durch Multiplikation, d. h. Auszählung:

1000 = 10 × 100   10000 = 10 × 10 × 100   100000 = 10 × 10 × 10 × 100.

Eine Übersicht entnehmen wir aus Sterner, Geschichte der Rechenkunst, 1891, 26.



Die **Gruppierung der Striche** ist etwas anders als bei den hieratischen Ziffern, mitbestimmt durch die Form der Keile. Wir finden:

1   2   3   4=3+1   5=3+2   6=3+3   7=6+1

8=4+4   9=8+1

Wir finden auch hier bis zu drei Gruppen von höchstens vier Strichen, gemäß den Gesetzen der Anschaulichkeit. Der der Gruppe zugefügte Einzelstrich ist vergrößert. Er bildet so eine selbständige Einheit gegenüber der zusammengesetzten Einheit  oder . Das erhöht die Übersichtlichkeit und zugleich die geschlossene Schönheit der Gruppe. Solcher Schönheit der Gruppe begegnen wir bei den chinesischen Ziffern.

Kerbholz-Strichziffern.

Kerbholz nannte man einen Stab, in den durch Einschnitte (Kerben) Zahlen vermerkt wurden. So besonders Schulden. Das Kerbholz hatte den Vorzug der Haltbarkeit. Man konnte die Kerben nicht weglöschen, wie die Striche der Schrift. So wurden die Kerbhölzer zu Dokumenten.

Besonders wertvoll als Dokumente waren Doppel-Kerbhölzer: Zwei gleiche Stäbe, nebeneinander gelegt, bei denen eine Kerbe über beide zugleich eingeschnitten wurde. Ein Holz bekam der Gläubiger, das andere der Schuldner. Die Kerben mußten aufeinander passen, um beweisend zu sein, selbst vor Gericht.

Die Kerben reihte man in Gruppen von je 2 oder 3. Durch die Gruppierung wurden sie zu **Strichziffern.** An ihnen zählte man: 3 . 6 . 9 . . .

Die früher weit verbreiteten Kerbhölzer kommen heute hier und da noch vor.

Hieroglyphische Ziffern der altägyptischen Elle.

Einen wichtigen Beitrag zur Urgeschichte unserer Ziffern liefern die uns erhaltenen Zahlzeichen auf der altägyptischen Elle. Über die altägyptische Elle besitzen wir eine ausgezeichnete Publikation von R. Lepsius.[1]) Auf einer hölzernen Elle finden sich, von links nach rechts, die Zeichen:

1 2 3 4 5 6 · 8 (Lepsius, Taf. 1.)

Auf einer anderen Elle aus Stein laufen die Zeichen von rechts nach links:

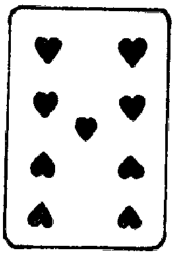
8 5 4 3 2 1 (Lepsius, Taf. 2.)

Es sind **Ziffern,** d. h. geschriebene Zahlzeichen. Sie geben aber nicht nur die Zahl an, sondern zugleich die **Maßeinheit,** die **Fingerbreite.**  heißt nicht nur 4, sondern zugleich 4 Fingerbreiten. Es ist Hieroglyphik.

---

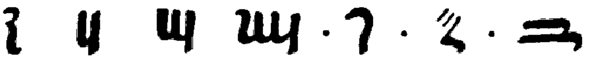
[1]) R. Lepsius, Die altägyptische Elle und ihre Einteilung. Berl. Ak. Abh. 1865, 1—63 mit vier Tafeln.

Solche geschriebene Zahlzeichen (Ziffern), die zugleich das gezählte Objekt angeben, haben wir heute noch, so in unseren Spielkarten (vgl. S. 34). Wir finden da z. B.:



Herz 9
= 9 Herzen } gibt die Zahl und zugleich die Einheiten.

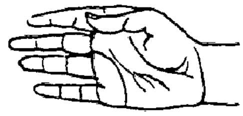
Die ägyptischen Ellenziffern sind **Handziffern,** d. h. Bilder von Handgesten, ebenso wie die hieratischen Ziffern:



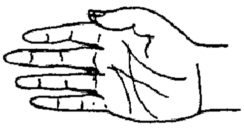
1 2 3 4 5 6 · 8 ,

die kursiven Formen der gleichen Handgesten. Zwischen beiden besteht eine Beziehung.

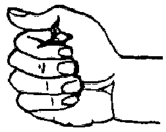
Maßeinheit der ägyptischen Elle ist die **Fingerbreite,** die nächst höhere Einheit die **Handbreite** (ohne Daumen), die Palme. Die Handbreite ist (wenn sie auch schwankt) ein sichereres Maß als die Handlänge mit den ungleich langen Fingern. Auch zeigt sie schön die Gliederung.



= 4, Gliederung in **4** Fingerbreiten



= 5, hat **5** Fingerbreiten, wenn der Daumen anliegt



= 6, hat **6** Fingerbreiten, wenn der Daumen absteht. Das ist wohl die Meinung des Zeichens , das, zum Unterschied von 5, die Hand zur Faust ballt.

So lassen sich mit einer Hand bis zu 6 Fingerbreiten ausmessen. Weiter geht es nicht. Deshalb fehlen auf der Elle Zeichen für 7 . 9 . 10. Auch 5 und 6 sind da unwichtig gegen 4. Im Gegensatz zu den Ziffern, die nur dem Zählen, nicht dem Messen dienen

4 (nicht 5 oder 10) ist bei der Elle die höhere Einheit. Daraus $8 = 2 \times 4$.

Das **Alter** der am besten erhaltenen hölzernen Elle läßt sich nach Lepsius (S. 19) genau bestimmen: „Sie trägt die Schilder des Königs Horus und gehört demnach in die Mitte des 15. Jahrhunderts v. Chr.“

Die Zahlzeichen auf ihr sind unsere ältesten Ziffern. Auf sie führen die hieratischen Ziffern zurück, aus denen sich, wie wir sahen, unsere (arabischen) Ziffern ableiten. Jetzt können wir deren Entwicklung stetig verfolgen vom 15. Jahrhundert v. Chr. bis auf den heutigen Tag.

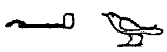
Damit ist die Aufgabe der vorliegenden Studie erfüllt.

Die Maße der ägyptischen Elle.

Hierzu seien einige Bemerkungen gestattet, die die Angaben und Folgerungen von Lepsius ergänzen und interessieren dürften, wenn sie auch nicht notwendig zur vorliegenden Studie gehören.

Die ägyptische Elle zeigt folgende Maße:

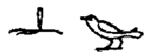
 große (königliche) Elle = 525 mm = (7) Handbreiten = (28) kleine Fingerbreiten = 24 große Fingerbreiten.

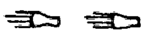
 kleine Elle = 450 mm = 6 Handbreiten = 24 kleine Fingerbreiten.

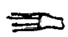
 kleine Elle = 375 mm = 5 Handbreiten = 20 kleine Fingerbreiten.

 kleine Elle = 300 mm = 4 Handbreiten = 16 kleine Fingerbreiten.

 große Spanne = $\frac{1}{2}$ große Elle = 262 mm = ($3\frac{1}{2}$) Handbreiten = (14) kl. Fingerbreiten = 12 gr. Fingerbreiten.

 kleine Spanne = $\frac{1}{2}$ kleine Elle = 225 mm = 3 Handbreiten = 12 kleine Fingerbreiten.

 Doppel Handbreit = 150 mm = 2 Handbreiten = 8 kleine Handbreiten.

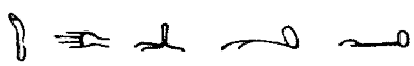
 Handbreite (Palme) = 75 mm = 1 Handbreite = 4 kleine Fingerbreiten.

 große Fingerbreite = $\frac{1}{24}$ große Elle = 22 mm = ($\frac{1}{4}$) Handbreite.

 kleine Fingerbreite = $\frac{1}{24}$ kleine Elle = 18 mm = ($\frac{1}{4}$) Handbreite.

Die Maße sind approximativ und schwankend. Wie Lepsius (S. 18) hervorhebt, sind auf den erhaltenen Ellen die Abteilungsstriche keineswegs mathematiech genau aufgetragen, immerhin sind sie so genau, daß man ihren Sinn erkennt.

Folgendes ergibt sich: Die Hieroglyphen der Einheiten:



entsprechen **Naturmaßen, die alle der Hand und dem Arm ent-**

nommen sind. Wir wollen versuchen festzustellen, welche Abmessungen dies sind:

(suten) heißt königlich und steht für groß,

(āa) bedeutet groß,

(net's) bedeutet klein,

(mahi), die **Elle** ist das Bild des Unterarms vom Ellenbogen bis zur Fingerspitze. Sie ist groß (königlich) = 520 mm oder klein = 450 mm. Auch bei uns hatte man bis vor kurzem, bis zur Durchführung des Metermaßes, mehrere Ellen. In Preußen = 667 mm, in Sachsen = 566 mm. Alle größer als die ägyptischen Ellen. Ob wohl die alten Ägypter kürzere Arme hatten? Die babylonische Elle[1]) maß nach dem Maßstab von Nippur 518 mm, war also der ägyptischen großen Elle gleich.

Das ist alles klar. Welchem Naturmaß aber entsprechen die Zeichen (remen) und (ser)? LEPSIUS vergleicht mit dem griechischen πυγών; mit dem griechischen Fuß. Doch ist nicht anzunehmen, daß die Ägypter gerade für das untergeordnete Maß den Fuß eingeführt haben, während sie alles andere mit Unterarm, Hand und Fingern ausmaßen. Um so weniger, da offenbar:
(ser) = 4 Handbreiten ist; (remen) = 5 Handbreiten; (mahi) = 6 Handbreiten.

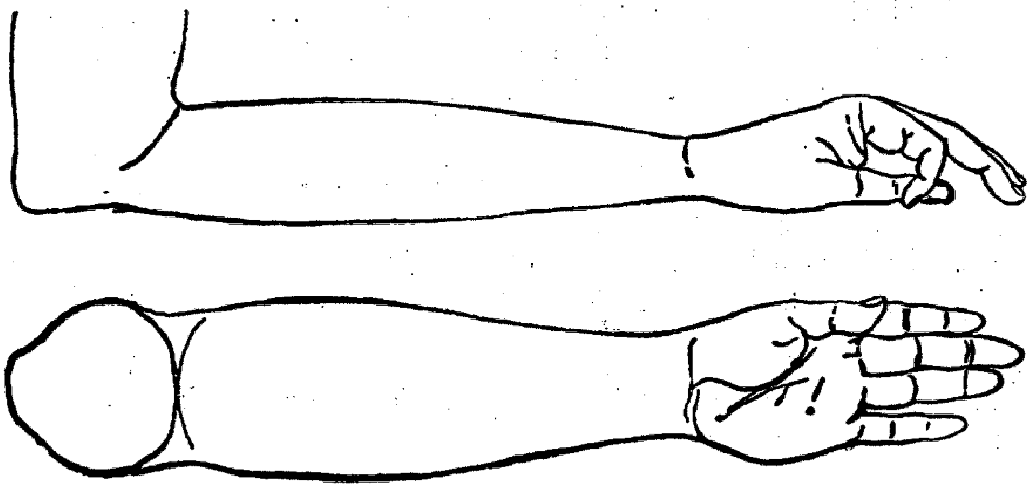
Sollte allen ein Naturmaß entsprechen, so haben wir es in Arm und Hand zu suchen. Wir haben:

Kleine Elle.

Handbreiten	1	2	3	4	5	6
Hieroglyphe						
Phonetisch	Šop	. .	Erto	Ser	Remen	Mahi
cm.	7·	15	22·	30	37·	45

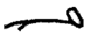
[1]) E. UNGER, Publ. Osman. Mus. 1916. S. 11.

An Arm und Hand abgemessen, finden wir:



½ natürl. Größe.

Wir sehen:

 (ser) geht vom Ellbogen zur Handwurzel.
 (remen) „ „ „ „ Fausthöhe = Fingerwurzel.
 (mahi) „ „ „ „ Fingerspitze.

Wir erkennen, wunderschön, in den Hieroglyphen die Naturmaße, wie sie die Gliederung von Arm, Hand und Fingern vorzeichnen. Daneben die halbe Armlänge  (mit der Spanne ausgemessen). Zugleich die Handbreite aus 4 Fingerbreiten, die Unterarmlänge (Elle) aus 6 Handbreiten und für die 4 und 5 Handbreiten ebenfalls ein Naturmaß. Besser kann man es nicht machen.

Die schwankenden Naturmaße sind unter sich in einfache Relation gesetzt und abgeglichen, wie das Jahr mit Monaten, Wochen und Tagen.

Die **große Elle** ist ebenso gegliedert wie die kleine: Alle Maße vergrößern sich um ein Siebentel.

Wir bewundern dies gegen 4000 Jahre alte Werk des ägyptischen Geistes, dem wir so viel verdanken. Die Elle mit ihren Teilungen und Ziffern steht ebenbürtig neben den anderen Wunderwerken des alten Ägypten.

Buchstabenziffern.

Buchstaben als Ziffern, das heißt Buchstaben als Zahlenwert, gibt es von zwei Arten:

a) Alphabetische Ziffern.
b) Zahlwort-Ziffern für die höheren Einheiten.

Alphabetische Ziffern.

Alphabetische Ziffern nennen wir die Buchstaben des Alphabets, in ihrer Reihenfolge als Ziffern verwendet. Wir finden sie im Hebräischen, Arabischen, Griechischen. Da haben wir:

Hebräische Alphabetziffern.

א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט	י	כ
Aleph	Beth	Gimel	Dalet	He	Waw	Sajin	Chet	Thet	Jod	Kaph
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20
ל	מ	נ	ס	ע	פ	צ	ק	ר	ש	ת
Lamed	Mem	Nun	Samech	Ajin	Pe	Zade	Koph	Resch	Sin	Taw
30	40	50	60	70	80	90	100	200	300	400

Die Zahlen 500—900 bezeichnen einige durch die fünf Finalbuchstaben:

ך	ם	ן	ף	ץ
500	600	700	800	900

Andere durch ת = 400 mit Zufügung der übrigen Hunderte, als תק = 400 + 100 (von rechts nach links) = 500 usw.

Bei zusammengesetzten Zahlen steht die Ziffer der größeren Zahl rechts, z. B.: יא = 11; י = 10; א = 1; קכא = 121; ק = 100; כ = 20; א = 1. 15 wird ausnahmsweise durch טו = 9 + 6 ausgedrückt, statt: יה = 10 + 5, weil so der Gottesname יהוה = Jehova anfängt.

Die Tausender werden durch die Einer bezeichnet mit zwei Punkten darüber, als א̈ = 1000.

Hebräisch schreibende Juden benutzen die alphabetischen Ziffern noch heute neben den arabischen Ziffern.

Arabische Alphabetziffern.

Wir finden:

ا	ب	ج	د	ه	و	ز	ح	ط	ى
Elif	Be	Dschim	Dal	He	Waw	Ze	Ha	Ta	Je
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ك	ل	م	ن	س	ع	ف	ص	ق	ر
Kaf	Lam	Mim	Nun	Sin	Aïn	Fe	Sad	Ḳaf	Re
20	30	40	50	60	70	80	90	100	200
ش	ت	ث	خ	ذ	ض	ظ	غ		
Schin	Te	The	Cha	Dsal	Dad	Dsa	Gain		
300	400	500	600	700	800	900	1000		

Neben diesen Alphabetziffern führen die Araber die ost- oder westarabischen, oben beschriebenen Ziffern.

Die Ziffernfolge weist auf eine frühere Ordnung der Buchstaben im Alphabet, die der hebräischen gleich war. Das heute übliche arabische Alphabet hat eine andere Folge, nämlich:

ا ب ت ث ج ح خ د ذ ر ز س ش ص ض ط ظ ع غ ف ق ك ل م ن ه و ى

Anmerkung 1. Alphabetziffern setzen ein fest geordnetes, öffentlich anerkanntes Alphabet voraus. Sie sind daher **spätere Gebilde** als die Strichziffern und die Handziffern. Ein fest geordnetes Alphabet finden wir bei den alten Ägyptern nicht. Wir haben ein solches. Darauf begründet ist bei uns ein alphabetisches Numerieren gebräuchlich. Wir numerieren die Bände oder die Kapitel eines Werkes mit A. B. C. D ... statt mit 1. 2. 3. 4. ... Selten über C hinaus. Die Gruppe ABC hat einen Vorzug, ebenso wie die Zahlen und Ziffern 1. 2. 3. Wir nennen unser Alphabet das ABC, nicht das ABCD.

Wir numerieren A. B. C statt 1. 2. 3, aber wir rechnen nicht: $A + B = C$ statt: $1 + 2 = 3$.

Die Mathematik hat in etwas verändertem Sinn und unabhängig von der Folge im Alphabet den Buchstaben Zahlenwerte gegeben und eine Buchstabenrechnung aufgebaut. Ganz unabhängig von der Folge im Alphabet ist freilich auch diese Rechnung nicht. Wir verwenden auch in der Buchstabenrechnung abc vorzugsweise in dieser Folge, ebenso xyz.

Von der Anordnung der Buchstaben in unserem Alphabet soll an anderer Stelle die Rede sein.

Anmerkung 2. Die Verwendung von zwei oder mehr Ziffernarten nebeneinander, wie im Arabischen oder Hebräischen die Alphabetziffern neben den Handziffern, ist nichts Ungewöhnliches. Wir finden im alten Ägypten hieroglyphische Ziffern neben den hieratischen und den Ziffern für die Monatstage. Bei uns haben wir arabische und römische Ziffern, daneben Strichziffern.

Griechische Alphabetziffern.

α	β	γ	δ	ε	ϛ	ζ	η	ϑ
Alpha	Beta	Gamma	Delta	Epsilon	Stigma	Zeta	Eta	Theta
1	2	3	4	5	6	7	8	9
ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	ϙ
Jota	Kappa	Lambda	Mü	Nü	Xi	Omikron	Pi	Koppa
10	20	30	40	50	60	70	80	90
ρ	σ	τ	υ	φ	χ	ψ	ω	ϡ
Rho	Sigma	Tau	Ypsilon	Phi	Chi	Psi	Omega	Sampi
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Neben den alphabetischen hatte man in Griechenland Zahlwortziffern für die höheren Einheiten (vgl. S. 48).

Für die **Tausender** begann man die alphabetische Zählung von vorn, mit einem Strich links unten, man schrieb:

$,\alpha = 1000 \quad ,\beta = 2000 \quad ,\gamma = 3000$ usw.

Zahlwort-Ziffern.

Zahlwort-Ziffern sei der schriftliche Ausdruck der Zahl durch den Anfangsbuchstaben des Zahlworts. Wir finden sie bei den Griechen und Römern zur Bezeichnung der höheren Einheiten. Ausnahmsweise sind es die beiden ersten Buchstaben des Worts, z. B. Mυ für Μύριοι = 10000.

Griechische Zahlwort-Ziffern.

Wir finden:

Γ	Δ	Η	Χ	Mυ
Πέντε	Δέκα	Ἑκατόν	Χίλιοι	Μύριοι
5	10	100	1000	10000

Anmerkung. Zu beachten ist das H für ἑκατόν. Es zeigt die ursprüngliche Bedeutung von H = he, statt unserem H. Später durch den Spiritus asper (ʽ) ersetzt.

Die Einer:	Ι	ΙΙ	ΙΙΙ	ΙΙΙΙ	Γ	ΓΙ	ΓΙΙ	ΓΙΙΙ	ΓΙΙΙΙ
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Die Zehner:	Δ	ΔΔ	ΔΔΔ	ΔΔΔΔ	ᐅ	ᐅΔ	ᐅΔΔ	ᐅΔΔΔ	ᐅΔΔΔΔ
	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Die Hunderter:	Η	ΗΗ	ΗΗΗ	ΗΗΗΗ	ᐅ	ᐅΗ	ᐅΗΗ	ᐅΗΗΗ	ᐅΗΗΗΗ
	100	200	300	400	500	600	700	800	900
Die Tausender:	Χ	ΧΧ	ΧΧΧ	ΧΧΧΧ	ᐅ	ᐅΧ	ᐅΧΧ	ᐅΧΧΧ	ᐅΧΧΧΧ
	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000

Die Zehntausender: αMυ βMυ γMυ . . . } verbunden mit den alphabetischen
10000 20000 30000 . . . } Ziffern αβγ . . .

Zusammengesetzte Ziffern multiplizieren links, addieren rechts.

Beispiel: βMυ $= 2 \times 10000 = 20000$
βMυβ $= 2 \times 10000 + 2 = 20002$.

Diese Ziffern, in einfachen Fällen bequem, sind in komplizierten Fällen recht unbequem.

Römische Ziffern.

Wir haben Handziffern für die Urzahlen 1—10 mit Zahlwort-Ziffern für die Hunderter und Tausender. Nämlich:

Ziffern der Handgesten sind die Urziffern 1—10.

I	= 1	1 Finger stehend (Fig. 2a)
II	= 2	2 Finger „ (Fig. 2b)
III	= 3	3 Finger „ (Fig. 2c)
IIII . IV	= 4	IIII = 4 Finger stehend; IV = V — I, links abzählend
V	= 5	Hand nach oben mit abstehendem Daumen
VI	= 6	V + I, rechts zuzählend
VII	= 7	V + II, „ „
VIII . IIX	= 8	VIII = V + III, rechts zuzählend; IIX = X — II, links abzählend
VIIII . IX	= 9	VIIII = V + IIII, „ „ ; IX = X — I, links abzählend
X	= 10	beide Hände gekreuzt, ähnlich dem ägyptischen ✗ und dem chinesischen 十.

Zahlwort-Ziffern: C = Centum = 100
M = Mille = 1000.

Dazu kommen einige ganz eigenartige Gebilde:

Erweiterte CM-Ziffern:

M = CIↃ = 1000
CCIↃↃ = 10000
CCCIↃↃↃ = 100000.

Daraus:

Halbierte CM-Ziffern:

L =	50 = Hälfte von	C	=	100
D = IↃ =	500 = „ „	CIↃ	=	1000
IↃↃ =	5000 = „ „	CCIↃↃ	=	10000
IↃↃↃ =	50000 = „ „	CCCIↃↃↃ	=	100000.

Zusammengesetzte römische Ziffern:

Durch Addition von links, mit der größten Einheit beginnend:

MDCCCLIII = 1853.

Daneben findet sich die Form: $\text{MII}^{\text{C}}\text{V}^{\text{X}}\text{III} = 1253$.

Bei uns sind die römischen Ziffern noch im Gebrauch für lapidare Inschriften. Sie verlieren sich immer mehr, mit dem Abbau des Klassizismus und der Scholastik. I . II . III erhalten sich wegen ihrer unmittelbaren Anschaulichkeit, sind aber nichts anderes als die drei Finger der hieroglyphischen Urziffern und zugleich Strichziffern.

Anmerkung. Sind I . II . III Strich- oder Handziffern?
Wir finden bei offenbaren Handziffer-Systemen I . II . III oder — = ≡ für 1 . 2 . 3

So haben wir:	Karosthi:	I	II	III	X	IX
	Römisch:	I	II	III	IV	V
	Chinesisch:	一	二	三	四	五
	Unser:	1	2	3	4	5.

Sollen wir hier I . II . III als Strichziffern ansehen und das Ziffernsystem als ein gemischtes? Oder als Handziffern mit den anderen Ziffern der Reihe? Für letztere Auffassung spricht folgende Überlegung.

Mit der ersten Handziffer der Reihe, dem X der Karosthi, dem V der Römer, dem 四 der Chinesen, unserer 2, haben wir Fingerzahlen und damit eine Handziffer. Es ist aber nicht anzunehmen, daß man für 1 . 2 . 3 Striche macht und von da ab mit den Fingern weiterzählt.

Wir schließen: Die erste Handziffer der Reihe macht auch die vorausgehenden Ziffern zu Handziffern.

Beispiel:	I	II	III	IV	V	sind Handziffern
	I	II	III	IIII	𝍸	„ Strichziffern.

Schluß.

Wir kennen drei Arten von Ziffern:

a) **Handziffern.** Das sind Bilder von Handgesten. Sie haben die beiden anderen Arten bis auf spärliche Reste verdrängt.

b) **Strichziffern.** Das sind Striche, zu Gruppen zusammengefaßt. An Stelle der Striche auch Punkte, Sterne oder andere Figuren.

c) **Buchstabenziffern,** und zwar:

α) **Zahlwortziffern** für die höheren Einheiten. Es sind die Anfangsbuchstaben der Zahlwörter.

β) **Alphabetische Ziffern.** Das sind die Buchstaben des Alphabets, in ihrer Reihenfolge als Ziffern verwendet.

Eine bevorzugte Gruppe sind die **Urzahlen** (1 bis 9 oder 10) mit ihren **Urziffern,** daneben die Ziffern für die höheren Einheiten.

Unsere (die sogenannten **arabischen**) **Ziffern** haben nur die Urziffern, 1—9 und 0 mit Stellenwert. Mit ihrer Entstehung beschäftigt sich unsere Studie. Sie ergab folgendes:

Unsere Urziffern sind Bilder von Handgesten (Handziffern).

Die **Null** (٠), deren Einführung den Stellenwert festlegt, **bedeutete ursprünglich Zehn,** so daß ١٠ = 1 × zehn, ٢٠ = 2 × zehn = zwanzig, ٣٠ = 3 × zehn = dreißig bedeutete; ٢٠٠ = 20 × zehn = 200.

Unsere (arabischen) Ziffern haben ihren **Ursprung** in den **hieratischen Ziffern Ägyptens.**

Die hieratischen Ziffern bringen, neben den Urziffern (1—10), Zeichen für die höheren Einheiten: Zehner, Hunderter, Tausender. Die Zahl dieser wurde ebenso an den Fingern abgezählt, wie die der ursprünglichen Einheit. Das Zeichen für 20 zeigt 2 Zehner; das für 300 3 Hunderter. Da man mit den Fingern nicht weiter zählen kann als bis 10, so gibt es Handgesten nur für 1—10. Zehn ist die nächst höhere Einheit. Solcher Einheiten (Zehner) kann man wieder nur bis 10 an den Fingern abzählen. Dann entsteht die nächst höhere Einheit (Hunderter), deren Anzahl wird wieder mit den Fingern abgezählt. Die hieratischen Zeichen lassen diesen Ursprung erkennen.

Daher gibt es im Hieratischen, wie bei uns, wesentlich nur 10 Ziffern (Urziffern). Sie sind Bilder von Handgesten. Die höheren Einheiten (Zehner, Hunderter) werden mit diesen abgezählt wie andere Gegenstände, und so werden sie geschrieben: = ٢٠ = 2 Zehner, wie 2 Äpfel oder 2 Mark.

Die Zehner, Hunderter, Tausender sind benannte Zahlen, wie 3 Pfund 7 Shilling 6 Pence = 3 £ 7 ſ 6 ₰ = £ 3 . 7 . 6 = 3 . 7 . 6.

Mit dem Stellenwert entfielen die Zeichen für die höheren Werte. Es blieben nur die Urziffern, die ursprünglich die einzigen waren und die noch heute die hieratischen Formen erkennen lassen. So führt die Entwicklung durch die Jahrtausende auf den Anfang zurück.

Heidelberg, 8. Dezember 1929.